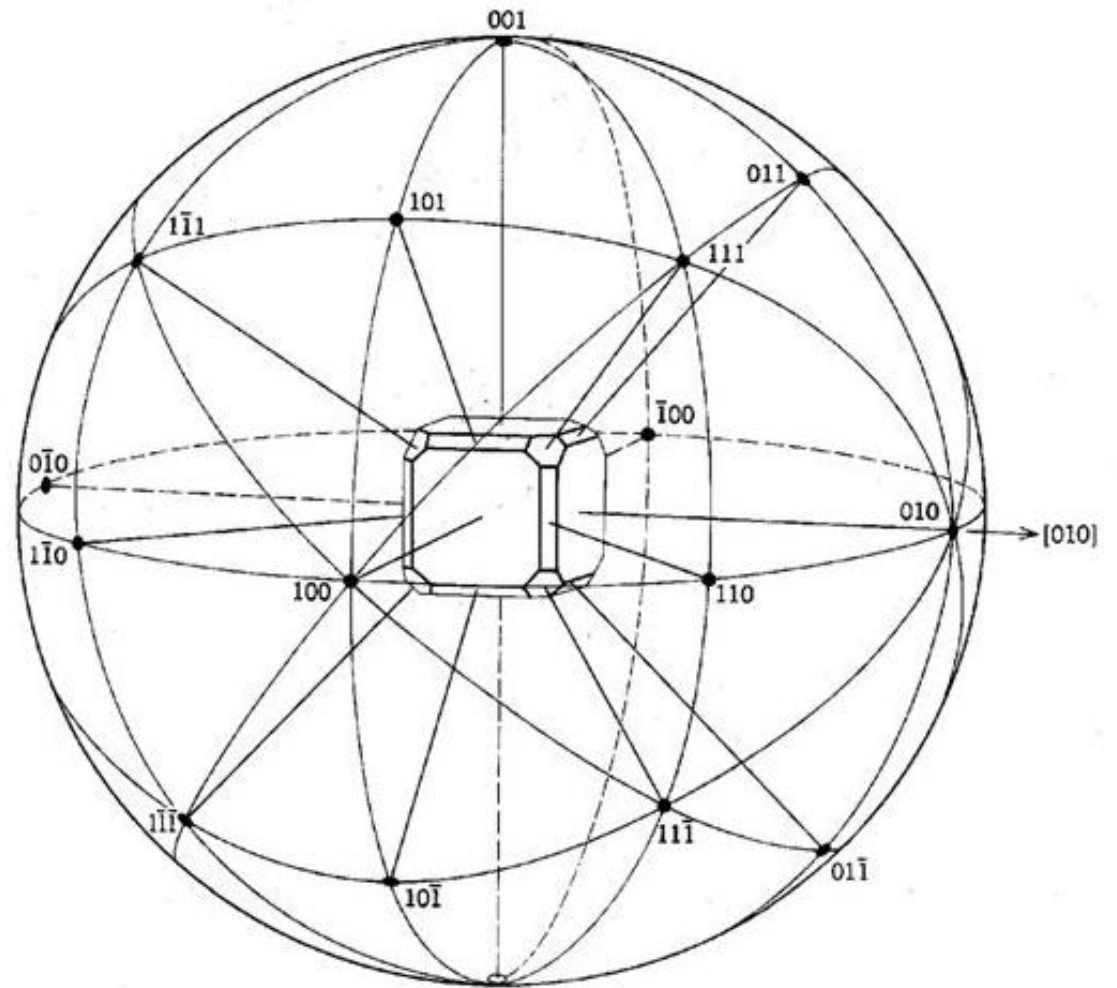


CRISTALOGRAFÍA V

PROYECCIÓN ESTRATIGRÁFICA

Proyección estereográfica

Sirve para representar los elementos más importantes de un cristal (caras, ángulos, simetría) en dos dimensiones.



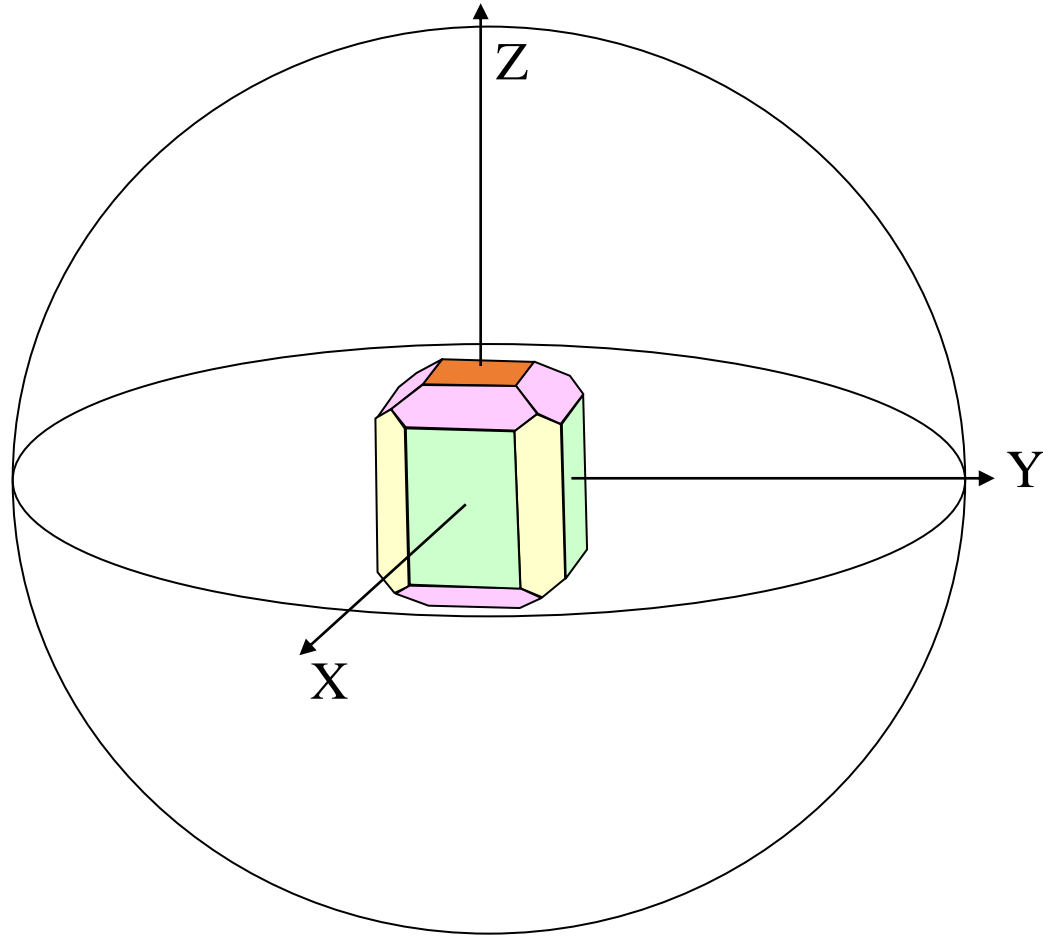
Proyección estereográfica

Los cristales son tridimensionales; por tanto, es necesario representar la posición exacta de puntos, planos y líneas (caras, aristas, ejes y planos de simetría, etc.) en una superficie bidimensional. La representación *bidimensional* de los cristales se hace a través de una proyección estereográfica que permite mantener los valores angulares entre las caras.

Etapas de la proyección estereográfica

1. Proyección de las caras (y demás elementos) del cristal a la superficie de una esfera circunscrita al cristal.
2. Proyección de las caras (y demás elementos) de la superficie de una esfera circunscrita a una superficie plana.

Proyección estereográfica

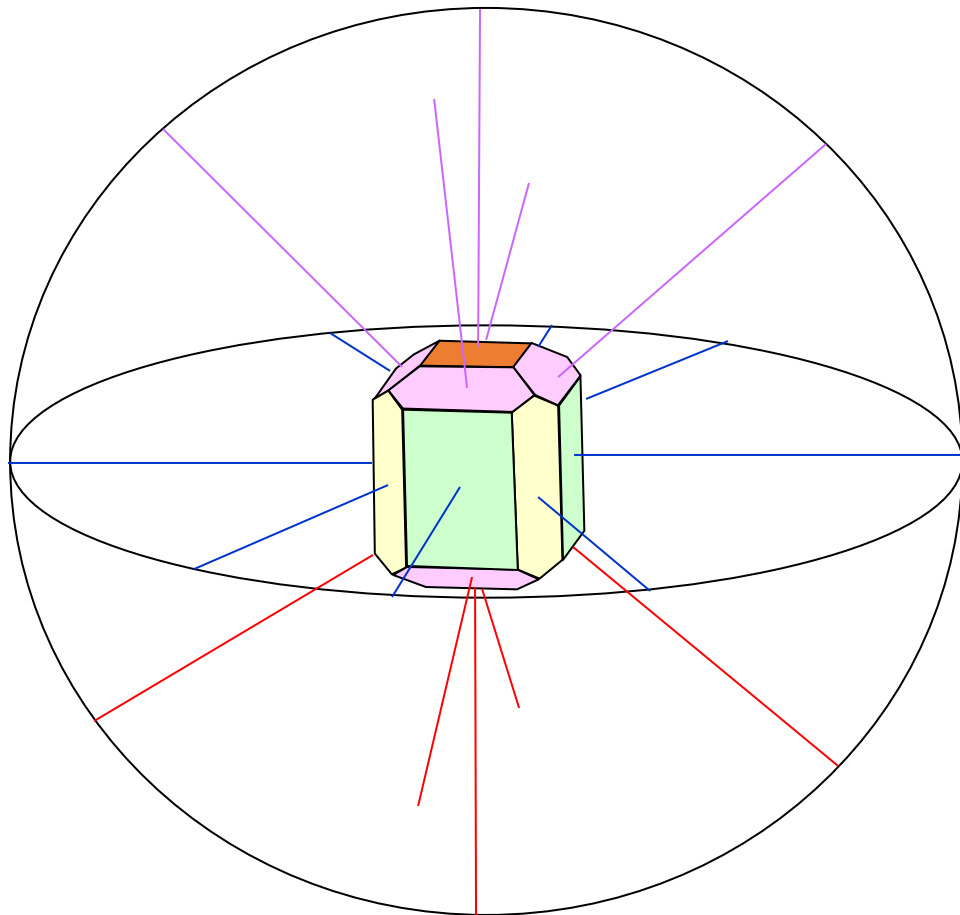


El centro geométrico de la esfera y el cristal deben ser coincidentes

Los ejes a, b y c del cristal deben coincidir con los ejes X, Y y Z de la esfera, respectivamente.

1. Perpendicular a las caras tracemos ejes de luz que se intercepten con la superficie de la esfera.

Proyección estereográfica



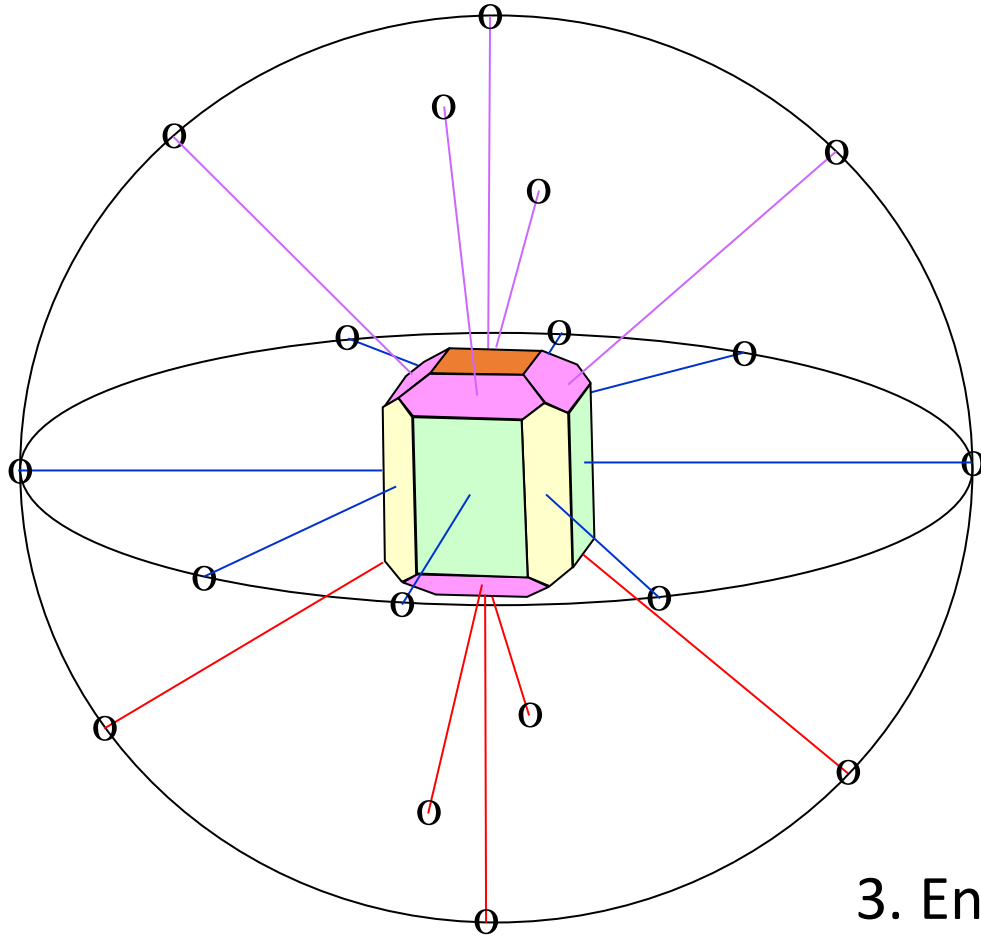
Caras que destacan un parámetro positivo sobre Z

Caras que destacan un parámetro negativo sobre Z

Caras paralelas a Z (caras en «zona» con el eje Z)

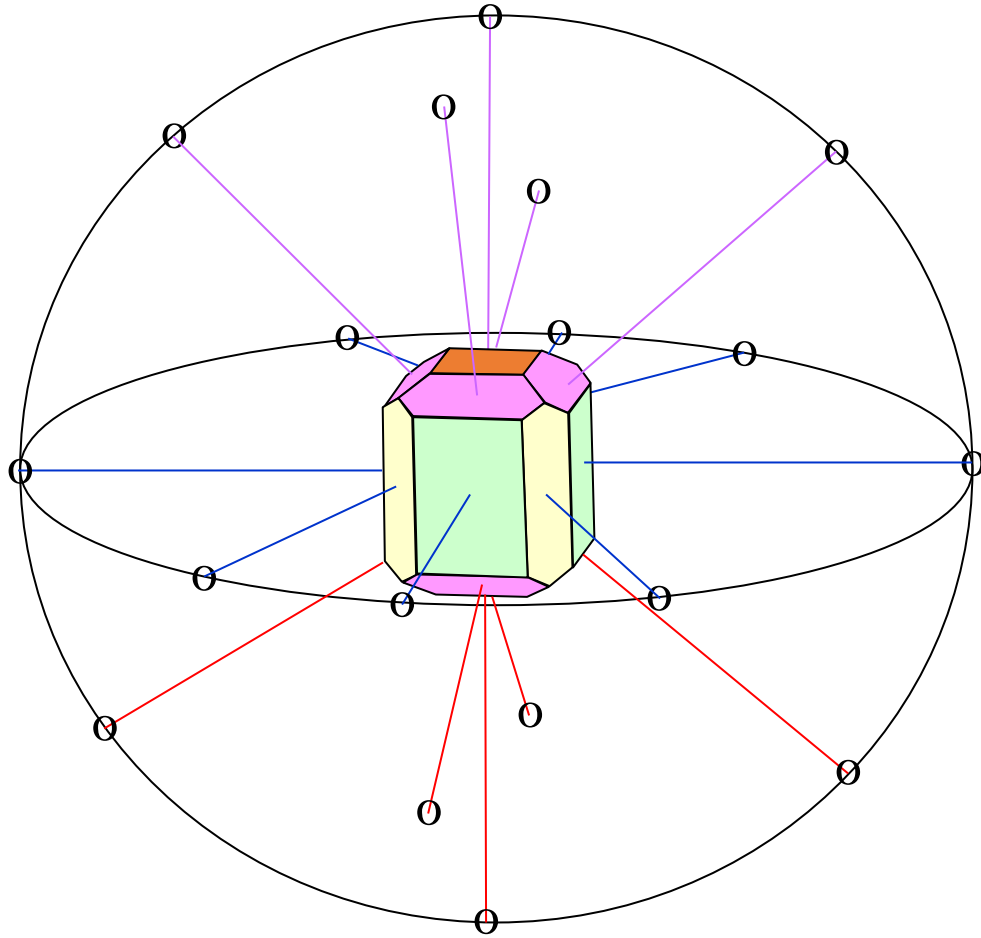
2. Tracemos haces de semirrectas perpendiculares a las caras hasta que se intercepten con la superficie de la esfera.

Proyección estereográfica



3. En la intercepción de las caras con la superficie del cristal se verán puntos luminosos. Son puntos de la proyección esférica. Se llaman **polos de las caras**. **REPRESENTAN LA POSICIÓN DE LAS CARAS EN EL ESPACIO.**

Proyección estereográfica



Caras verticales: Sus polos están en el ecuador de la esfera.

Caras horizontales: Sus polos están en los polos de la esfera.

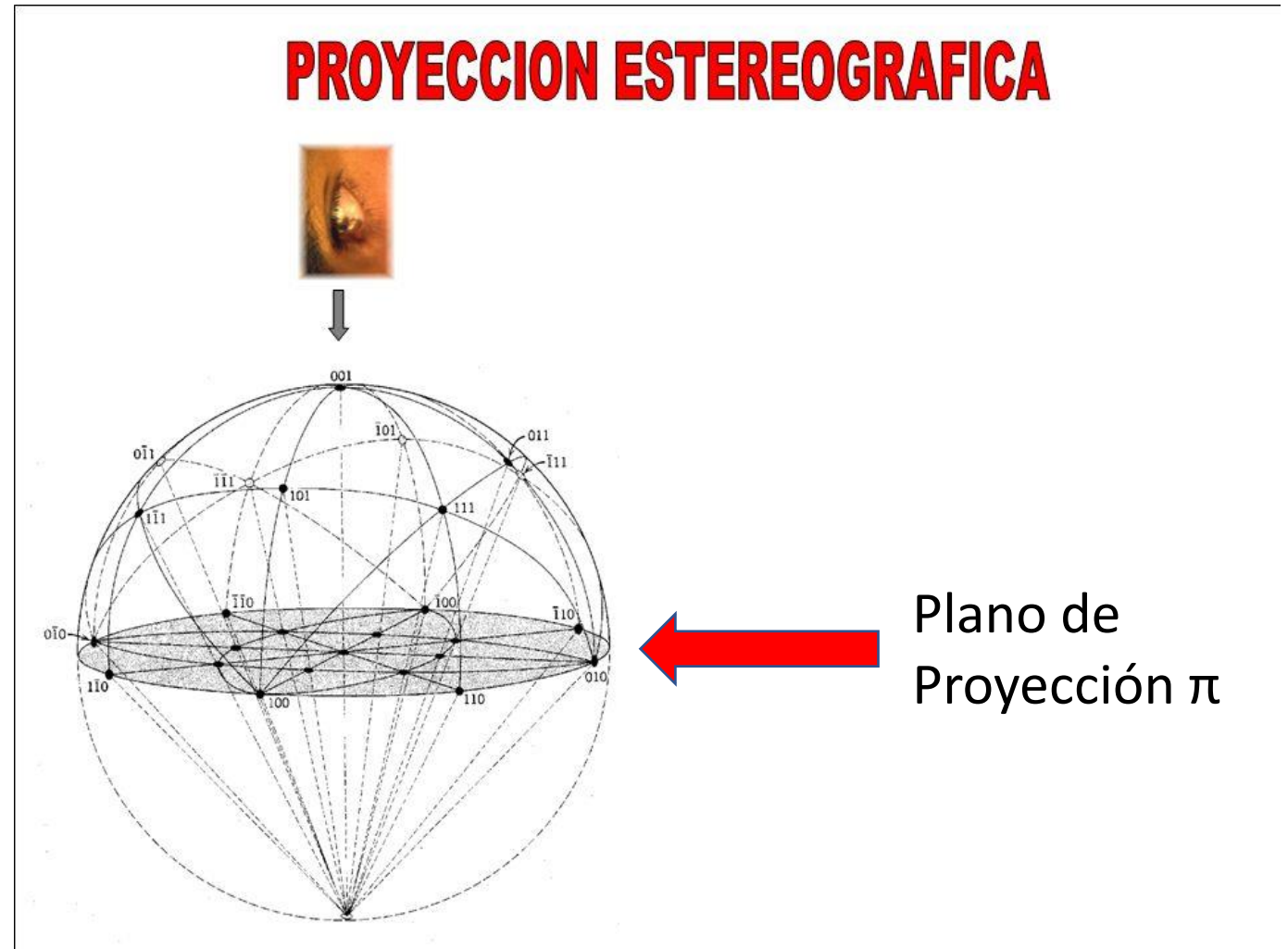
Caras inclinadas: Sus polos están en cualquier latitud excepto en el ecuador y los polos de la esfera:

- Cuanto más vertical la cara inclinada, más cerca del ecuador.
- Cuanto más horizontal la cara inclinada, más cerca del polo de la esfera.

Proyección estereográfica

Proyección a una superficie horizontal:

- Se unen los polos de las caras del hemisferio superior con el polo sur de la esfera (y las del hemisferio inferior con el polo norte).
- El intercepto de la línea de unión con el plano ecuatorial (plano de proyección π) es la representación de la cara en el plano de proyección.



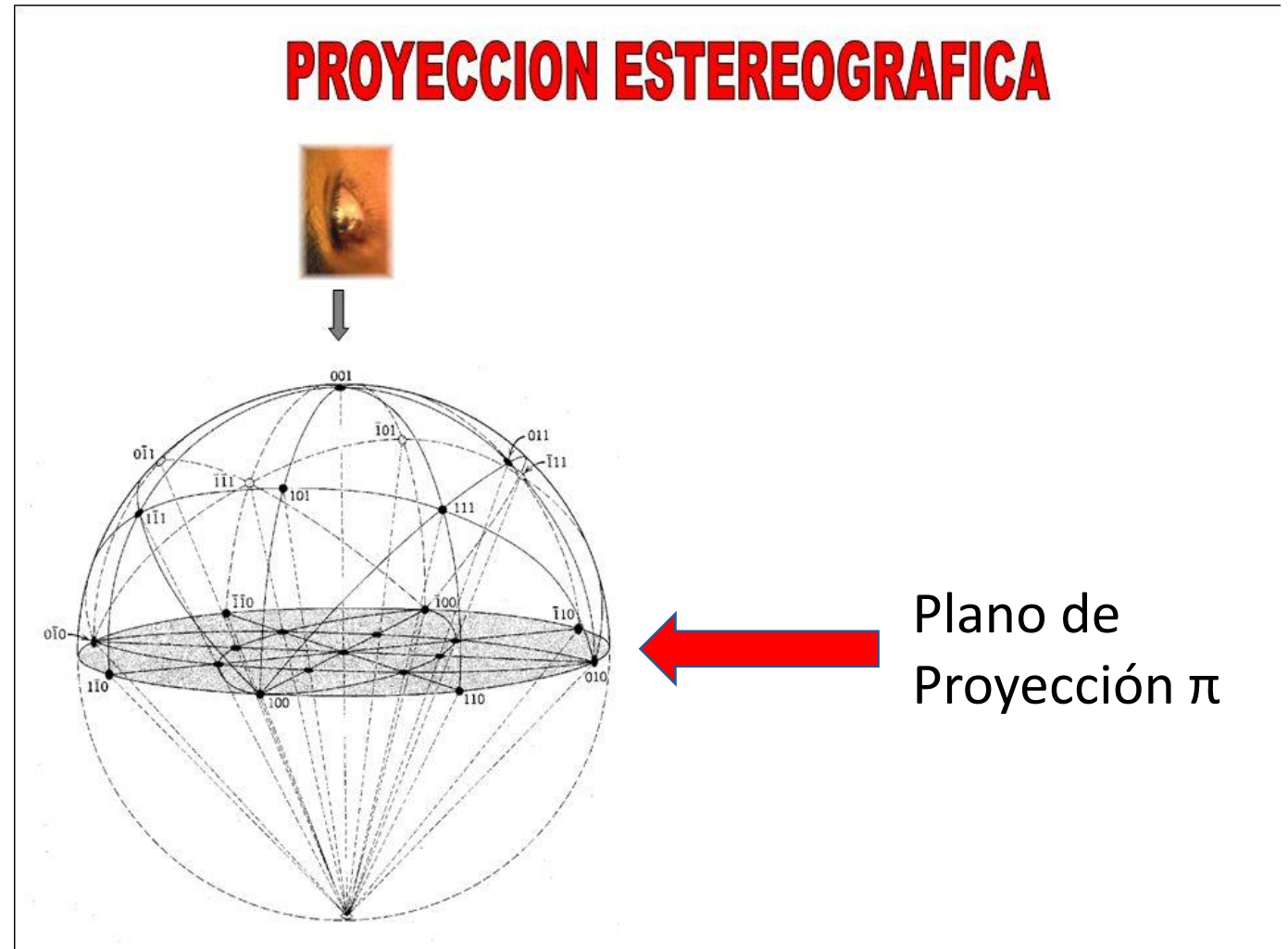
Proyección estereográfica

Caras verticales: Sus polos están en el círculo exterior del plano.

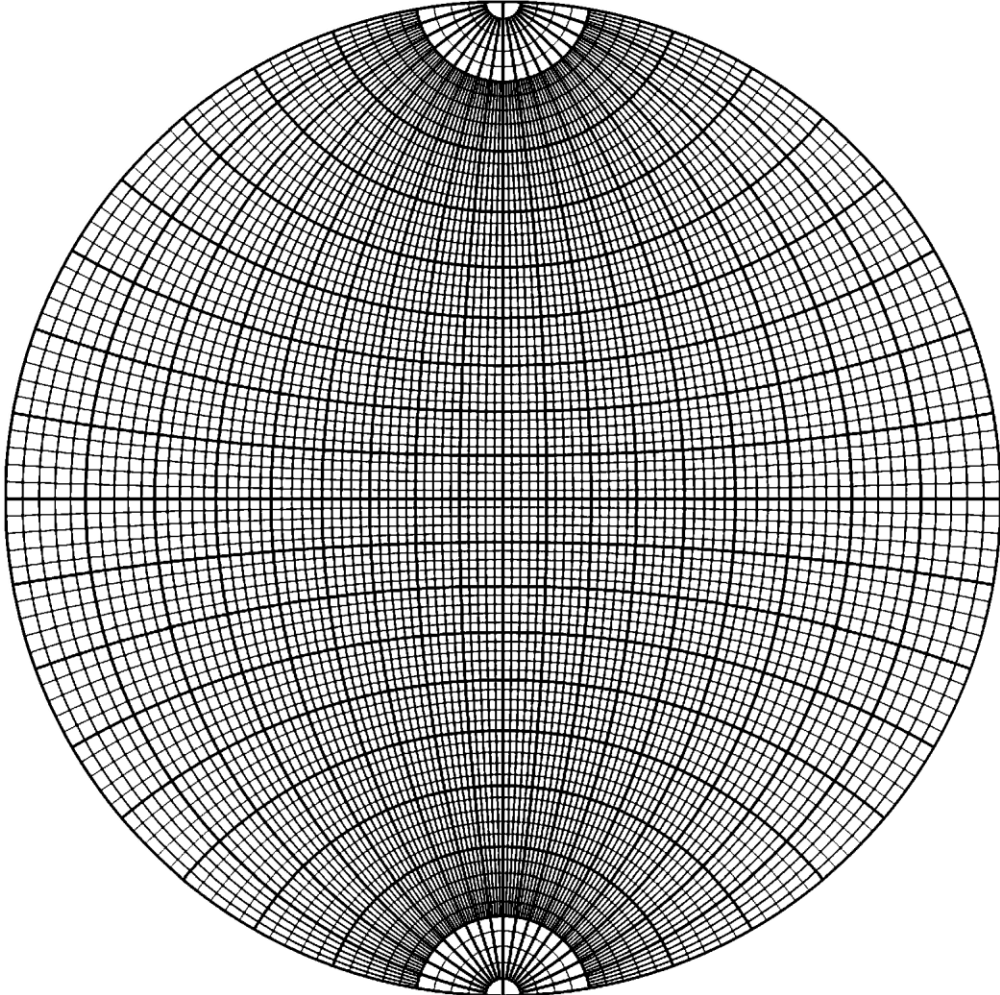
Caras horizontales: Sus polos están en el centro del plano.

Caras inclinadas: Sus polos están en cualquier posición entre el círculo exterior y el centro:

- Cuanto más vertical la cara inclinada, más cerca del círculo exterior.
- Cuanto más horizontal la cara inclinada, más cerca del centro.



Plantilla estereográfica
para proyectar caras y
elementos de simetría



Símbolo de las caras en la proyección estereográfica

- Caras horizontales e inclinadas superiores ○
- Caras horizontales e inclinadas inferiores x
- Caras verticales ○

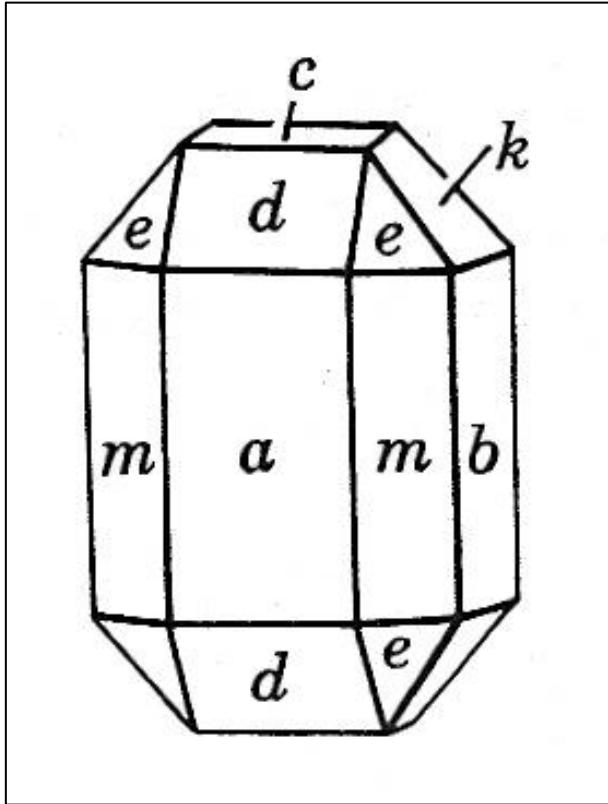


○ (cara horizontal superior)

○ (cara inclinada superior)

○ (cara vertical)

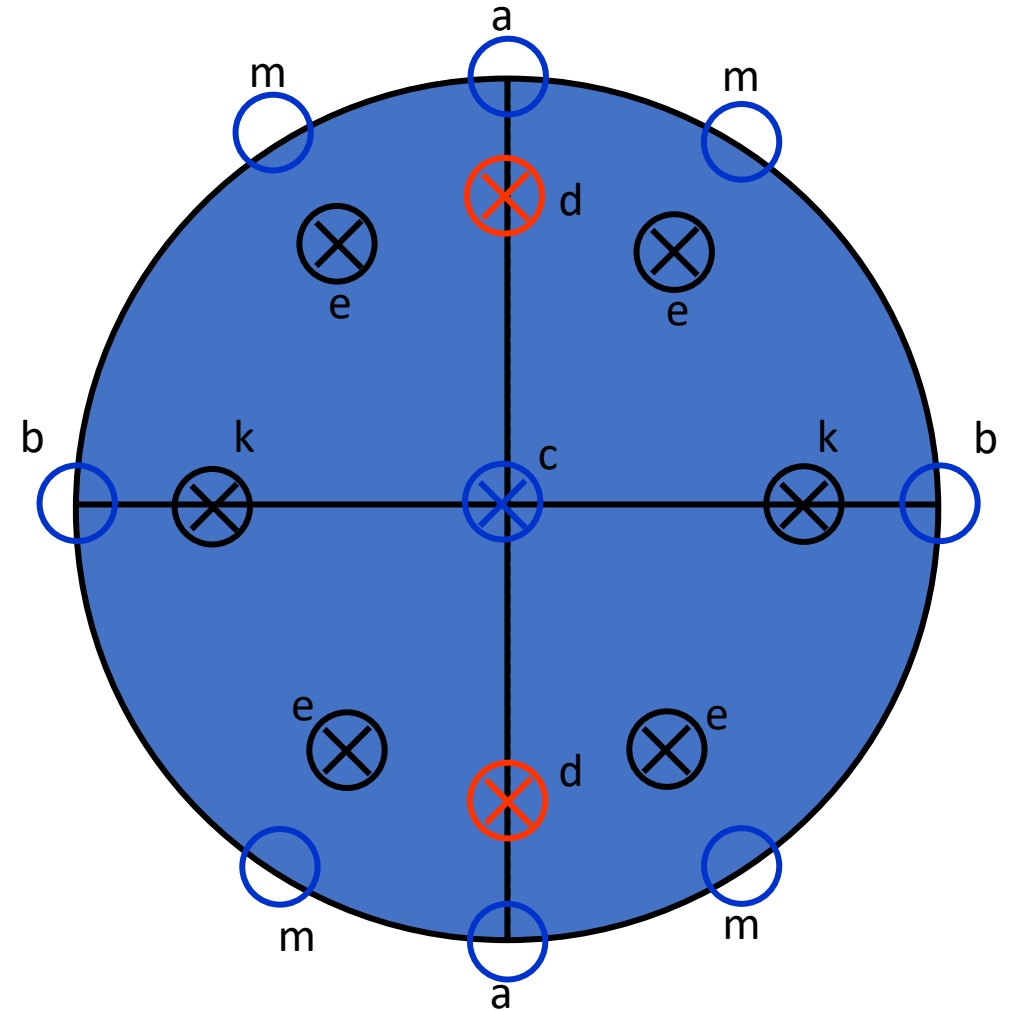
x (cara horizontal inferior)

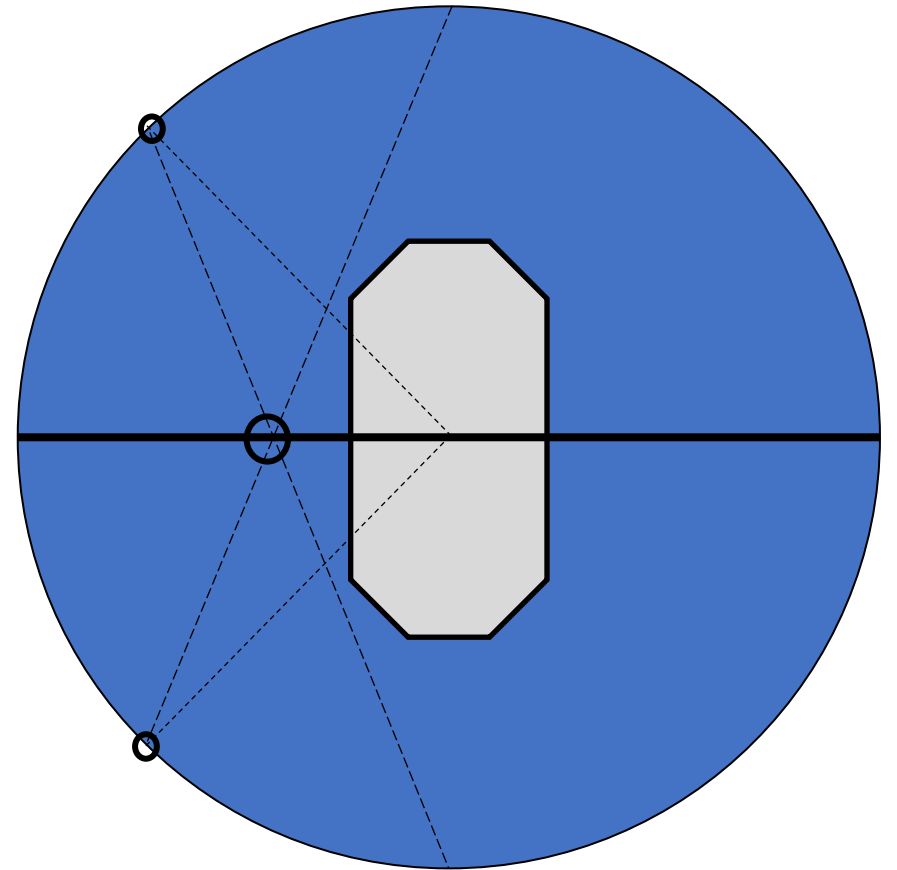
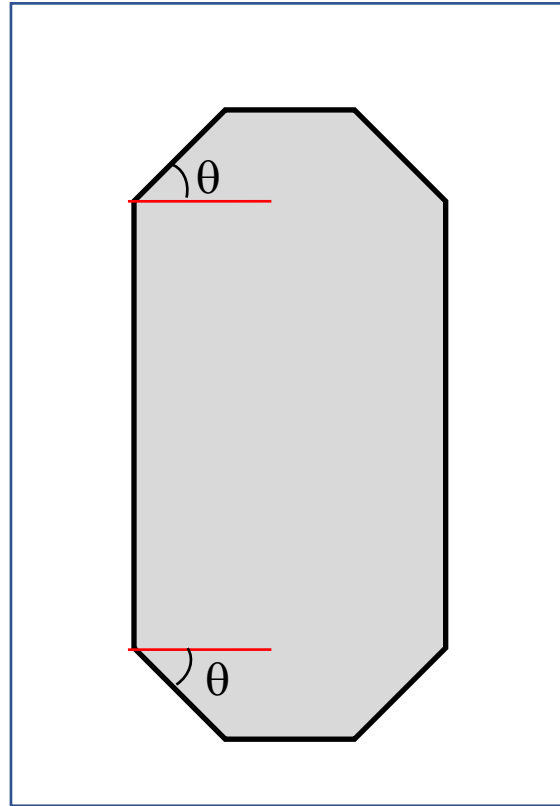
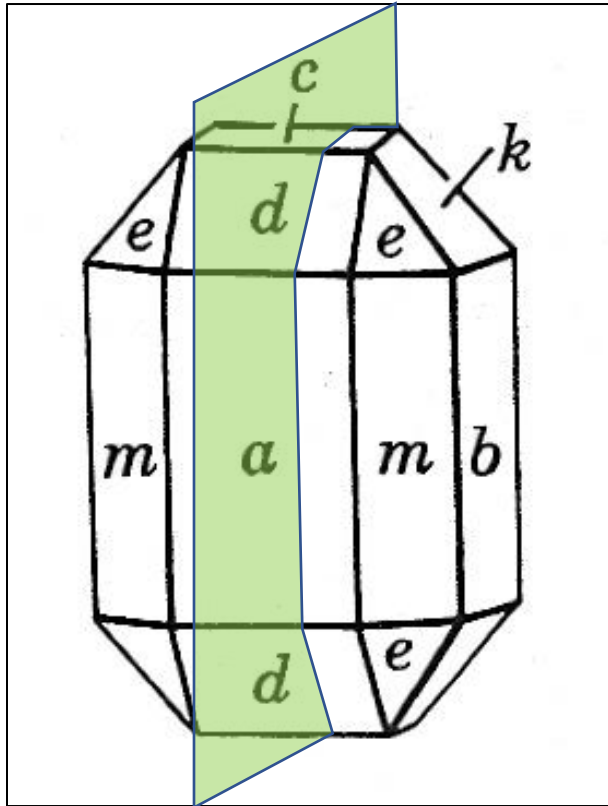


Caras verticales: a, b y m.

Caras horizontales: c.

Caras inclinadas: d, k y e.

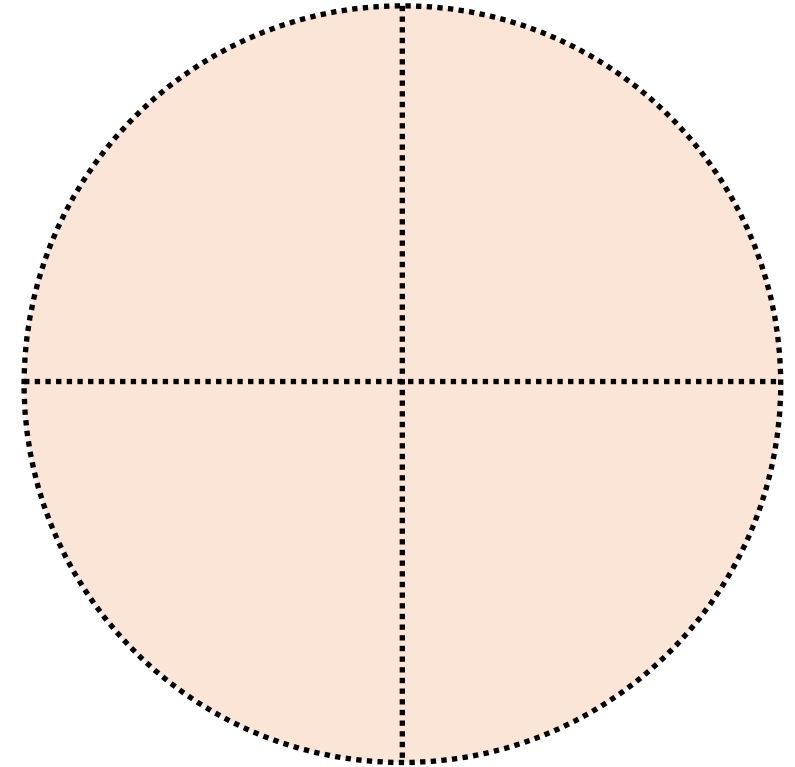
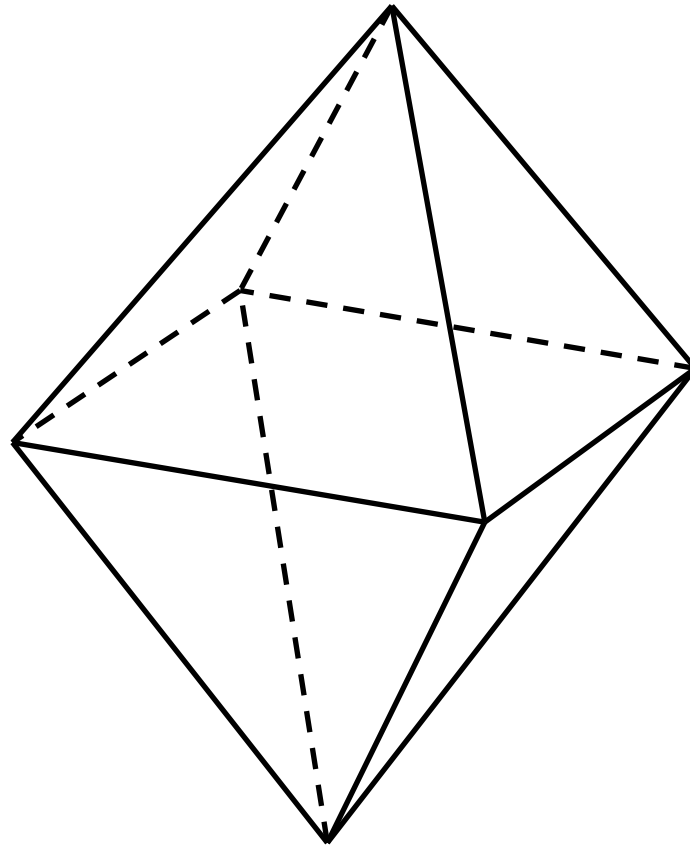




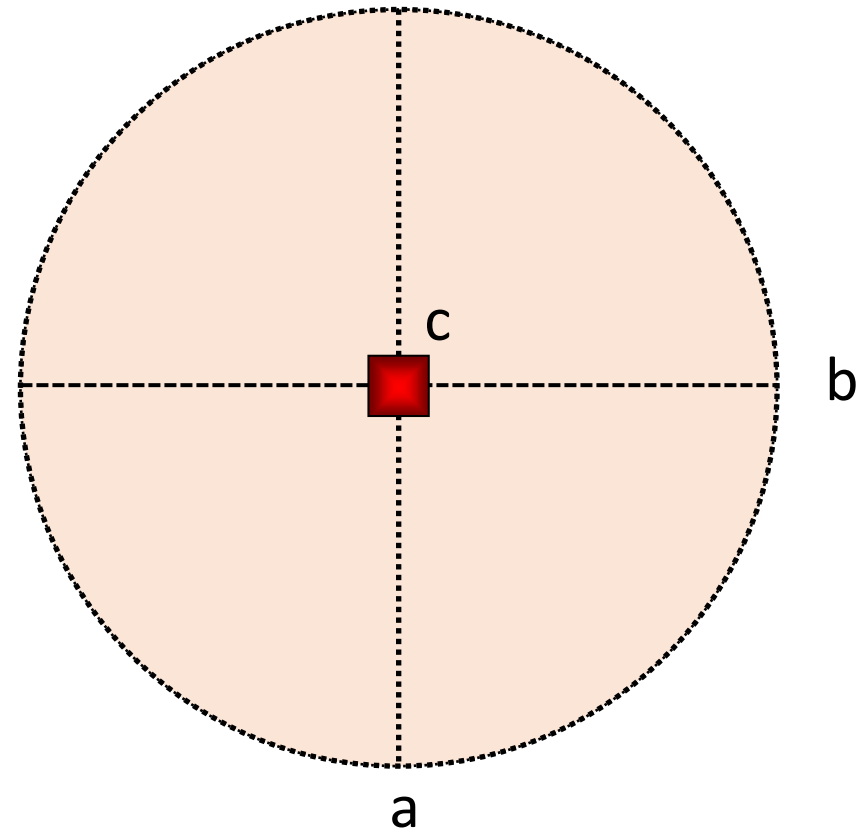
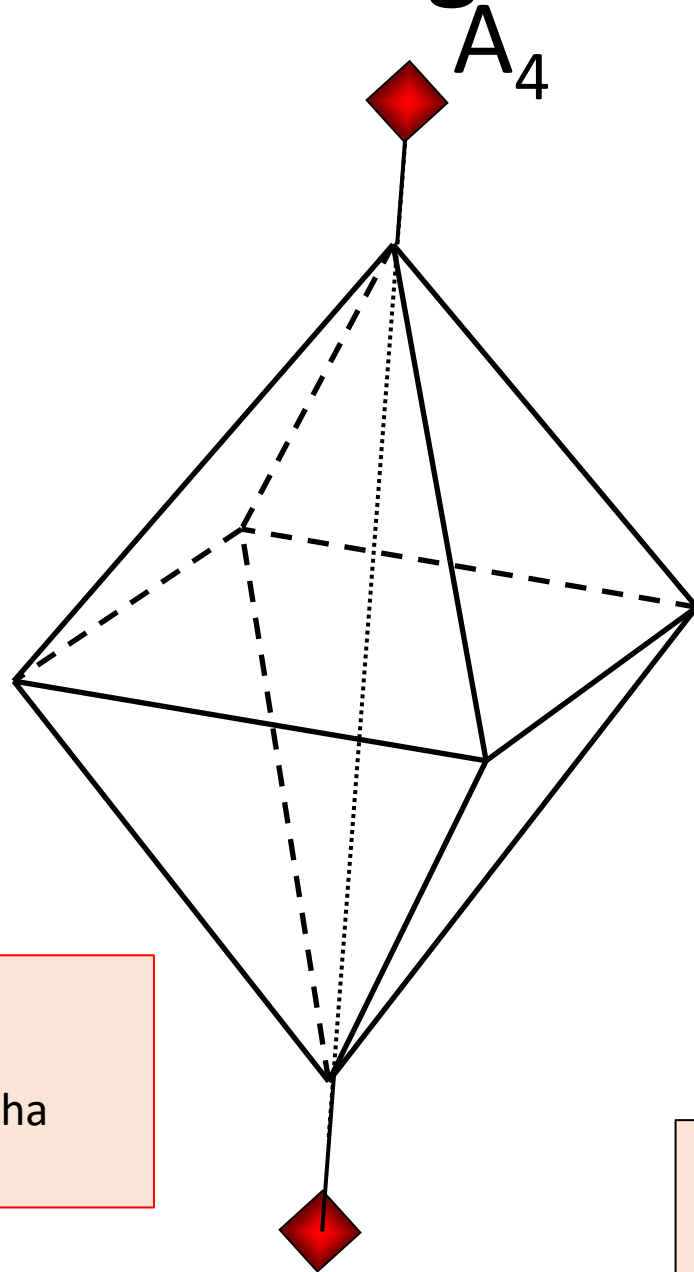
Caras en la parte inferior y superior del cristal, con el mismo ángulo, se proyectarán en el mismo punto en la proyección estereográfica.

Proyección estereográfica de elementos de simetría

Tomemos como ejemplo la proyección de los elementos de simetría de la clase A_44A_25PC (sistema tetragonal)



Proyección estereográfica de elementos de simetría



Ubicación de los ejes

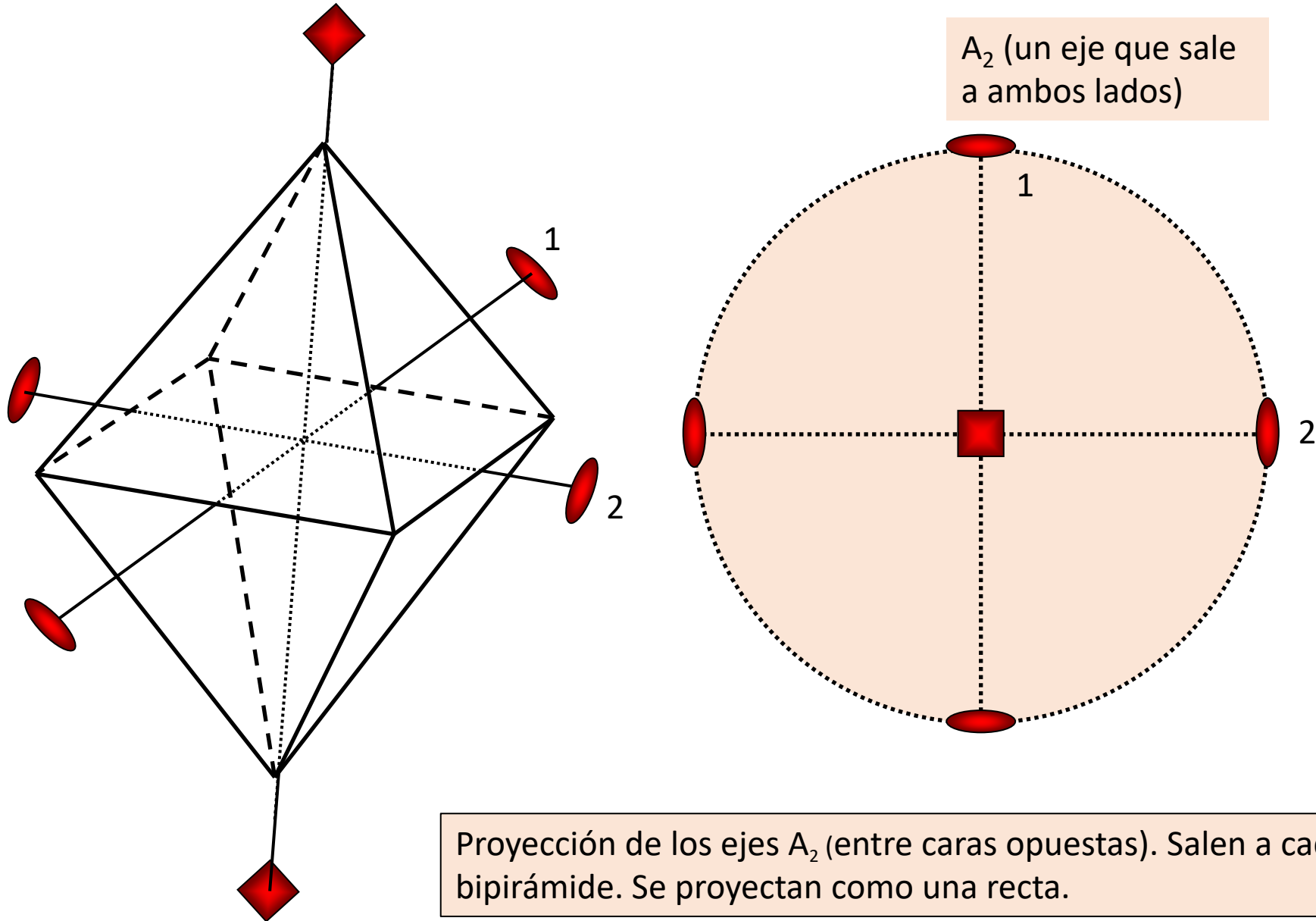
a: hacia el observador

b: de izquierda a derecha

c: vertical

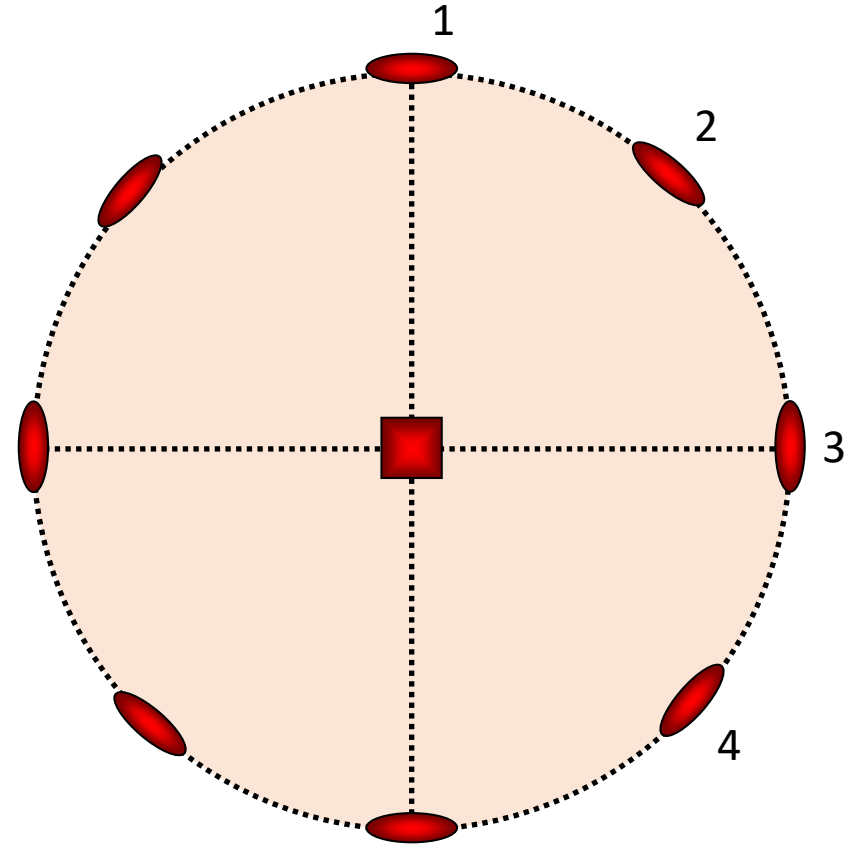
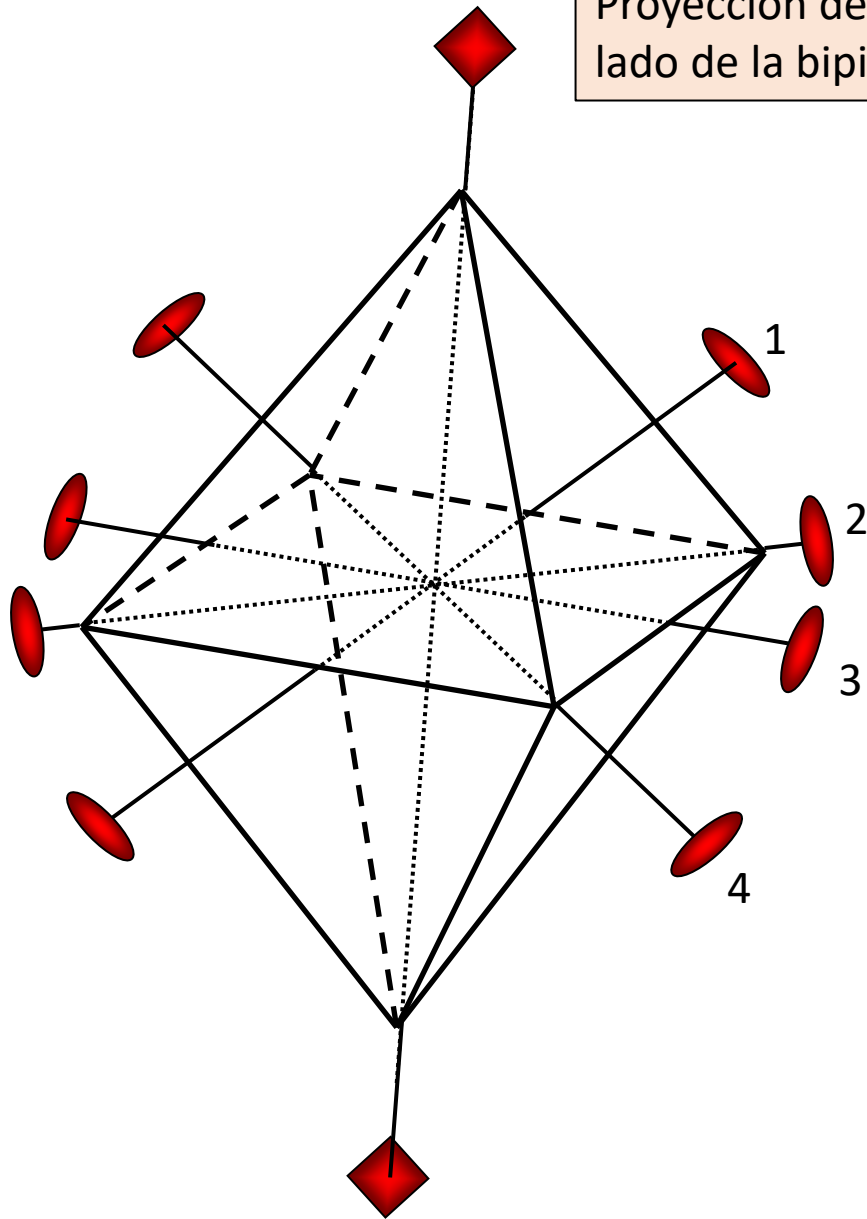
Proyección de el eje de simetría A_4 . Se observa como un punto en el centro de la proyección.

Proyección estereográfica de elementos de simetría

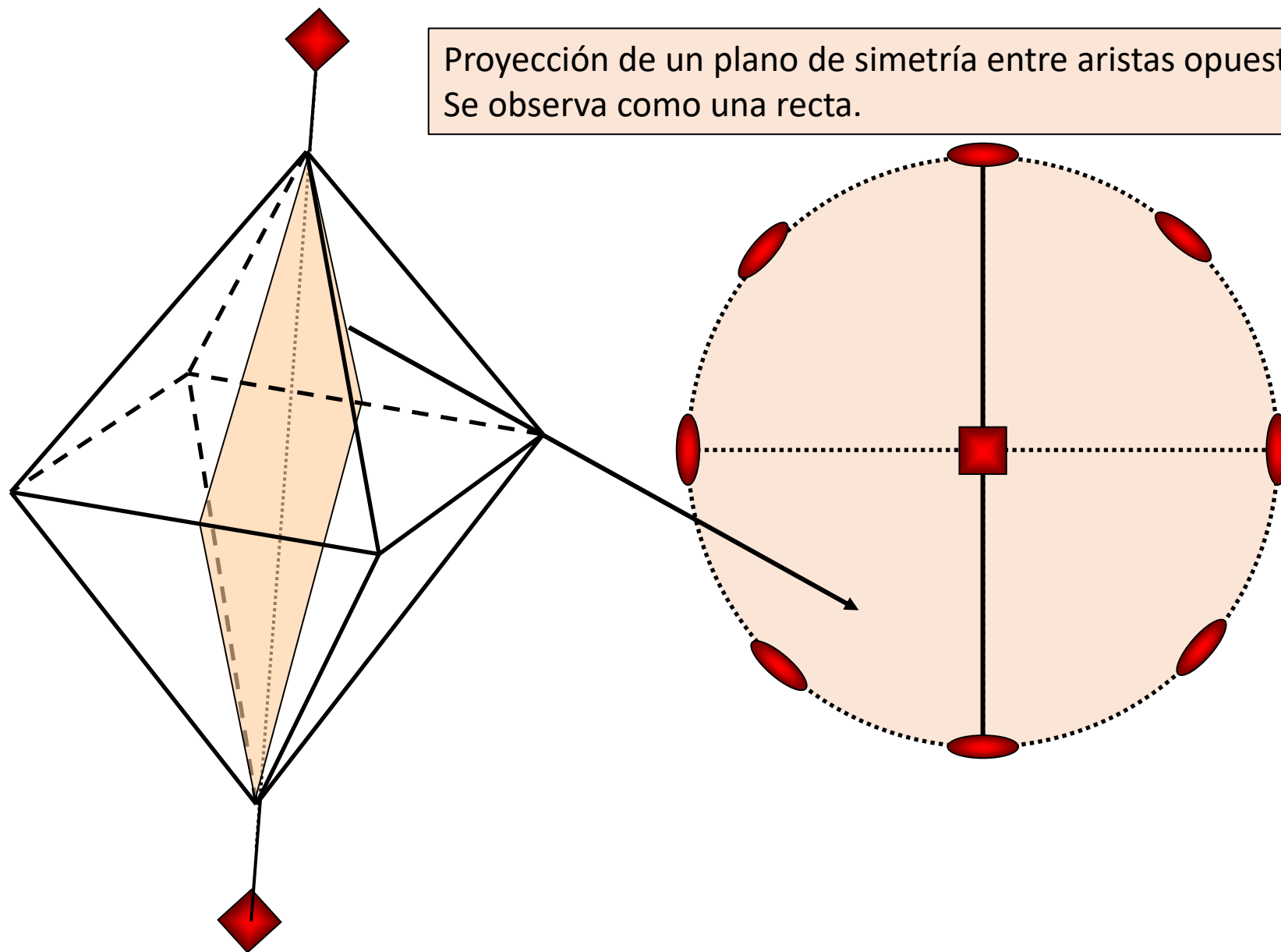


Proyección estereográfica de elementos de simetría

Proyección de los restantes ejes A₂ (entre aristas opuestas). Salen a cada lado de la bipirámide. Proyectan como una recta. En total 4 ejes A₂.

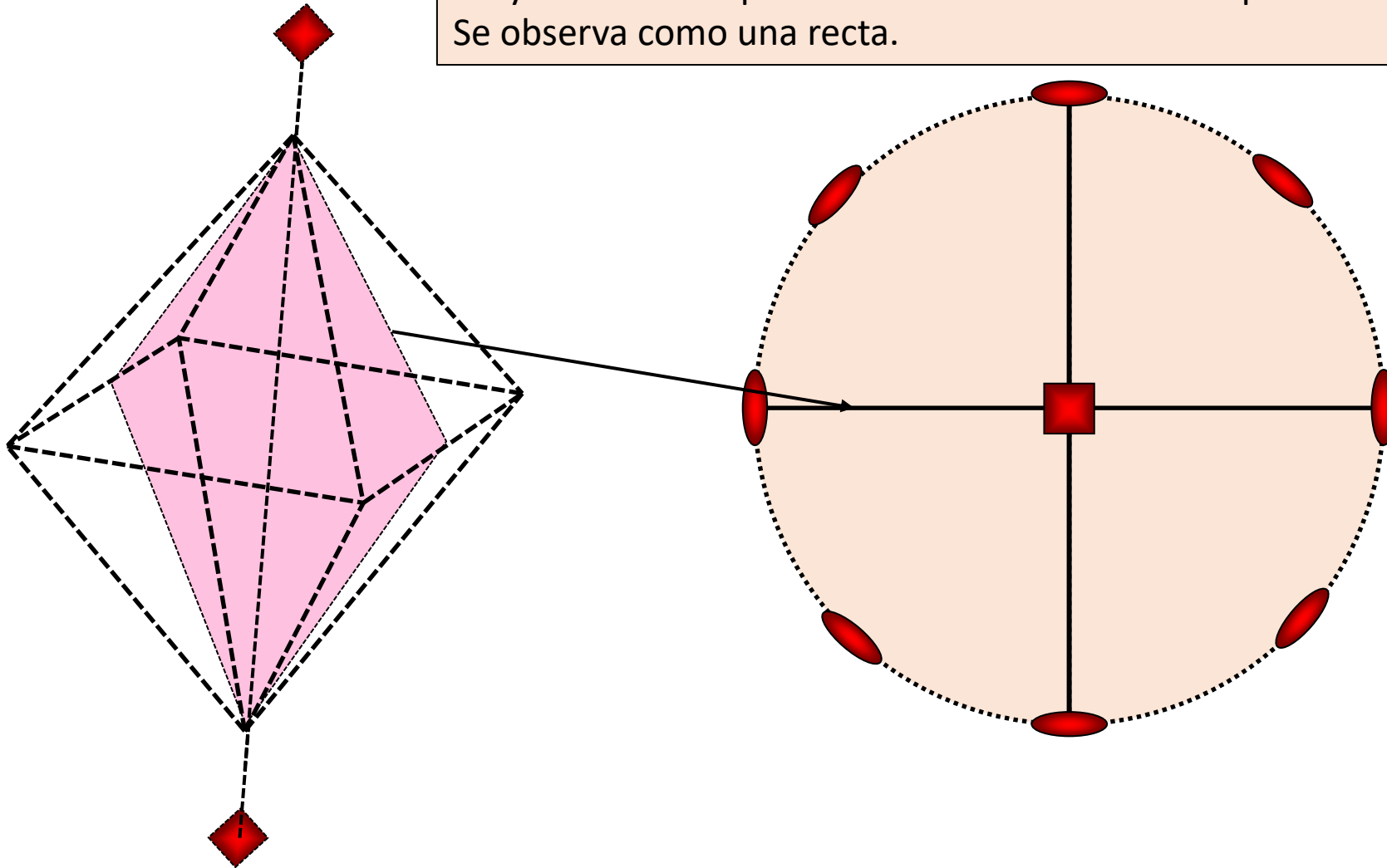


Proyección estereográfica de elementos de simetría



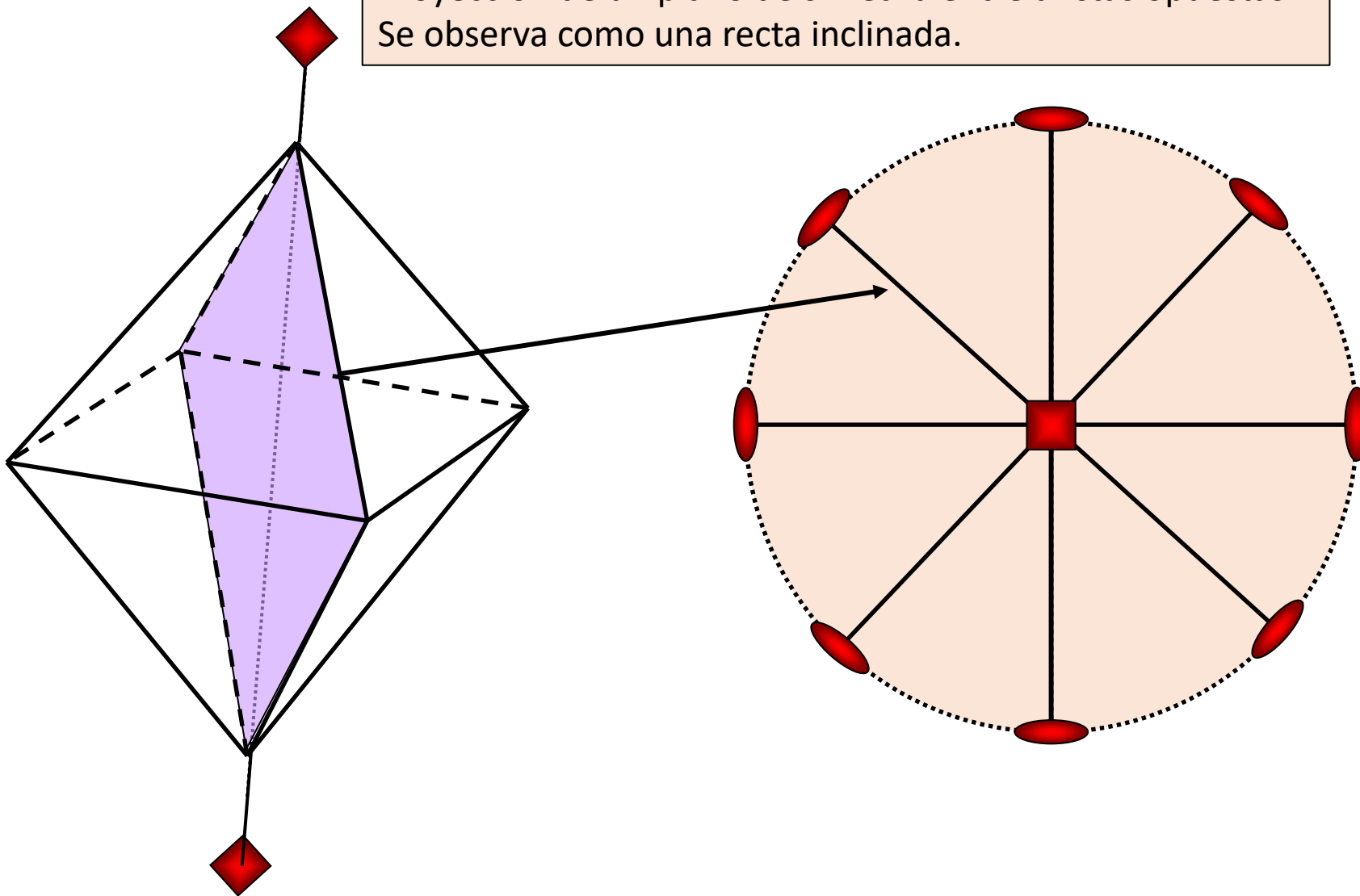
Proyección estereográfica de elementos de simetría

Proyección de un plano de simetría entre caras opuestas.
Se observa como una recta.



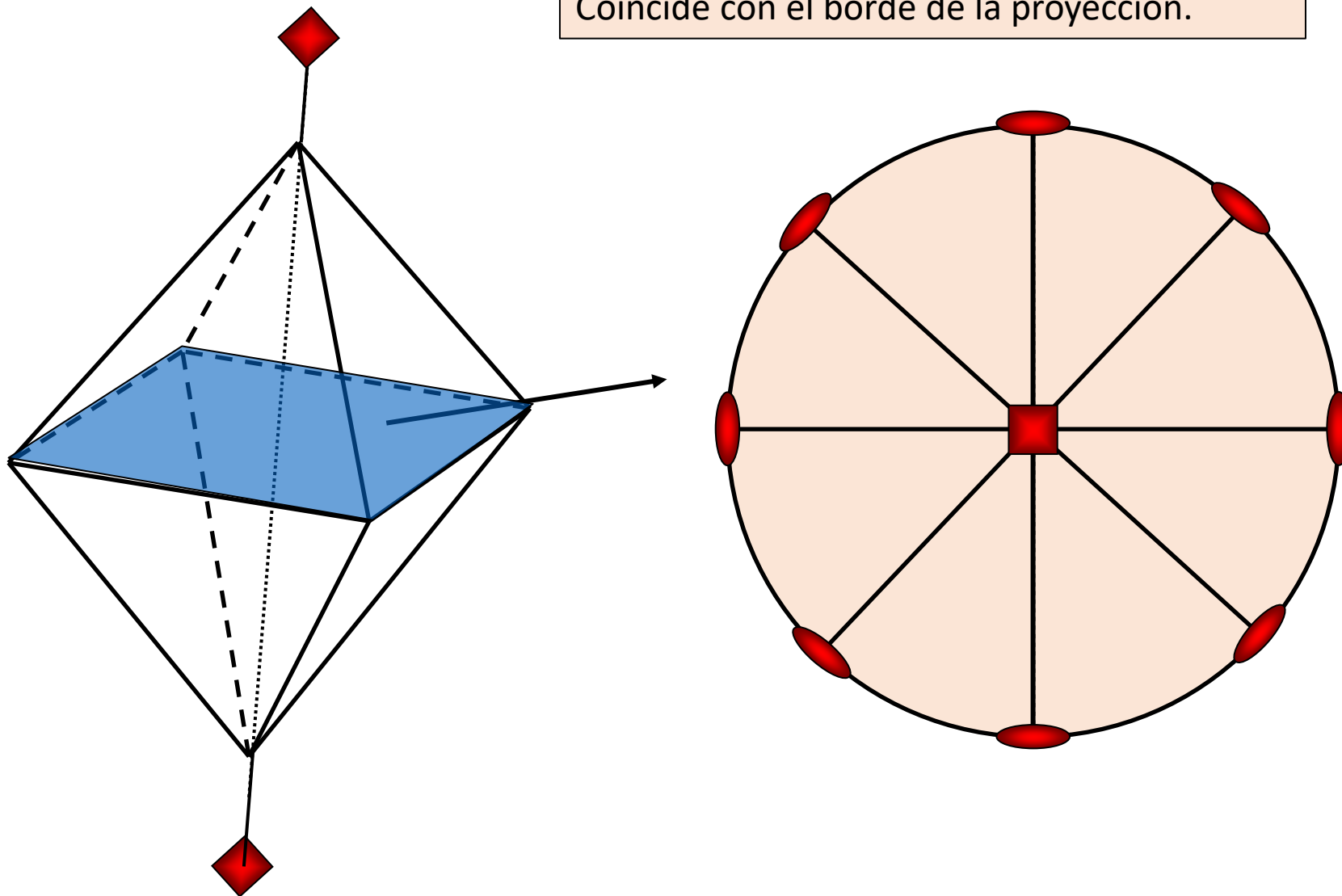
Proyección estereográfica de elementos de simetría

Proyección de un plano de simetría entre aristas opuestas.
Se observa como una recta inclinada.



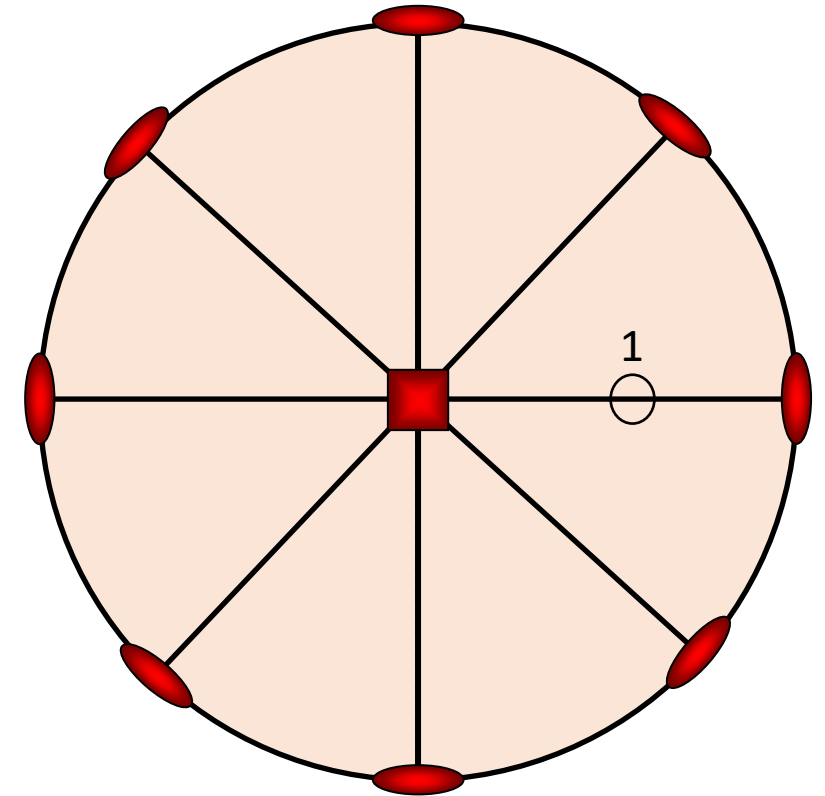
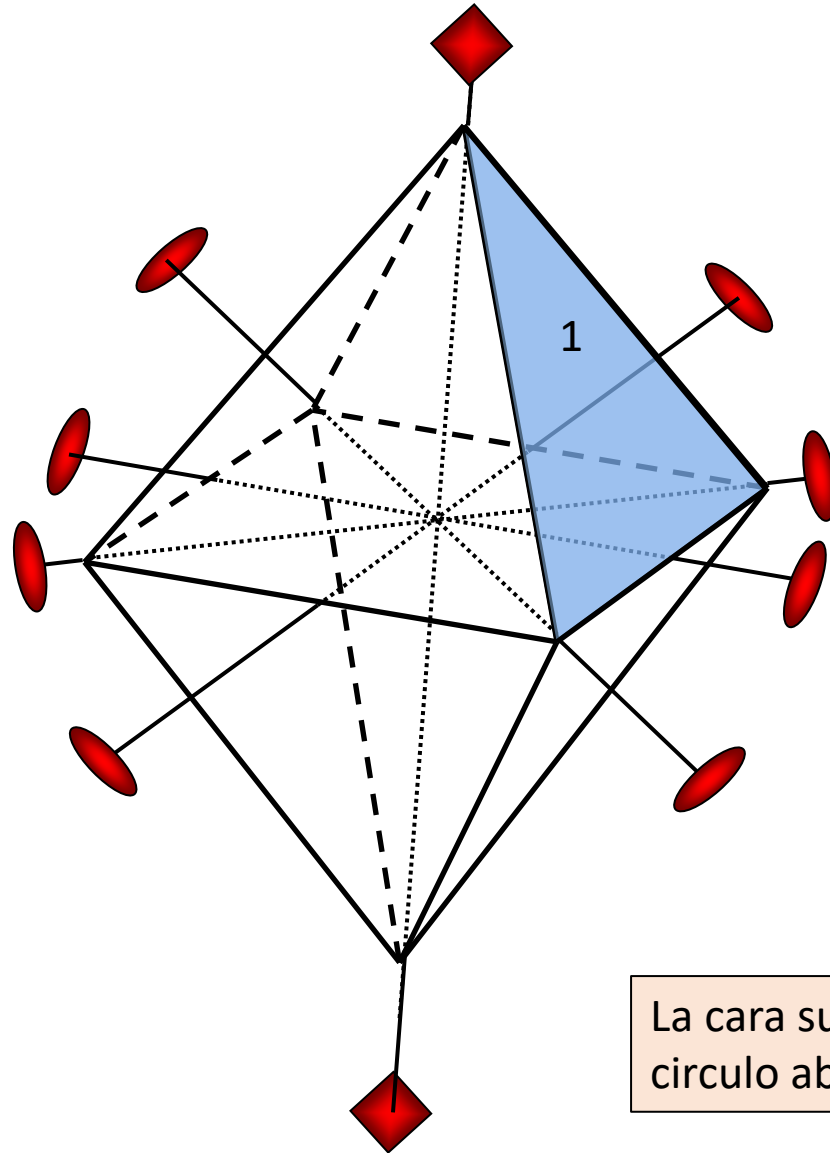
Proyección estereográfica de elementos de simetría

Proyección del plano de simetría horizontal.
Coincide con el borde de la proyección.



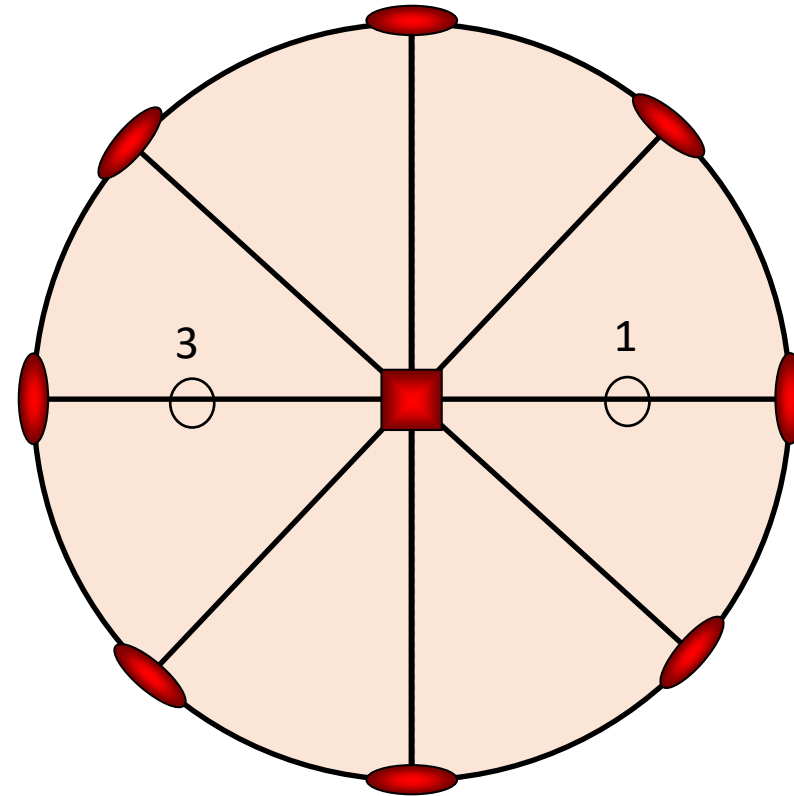
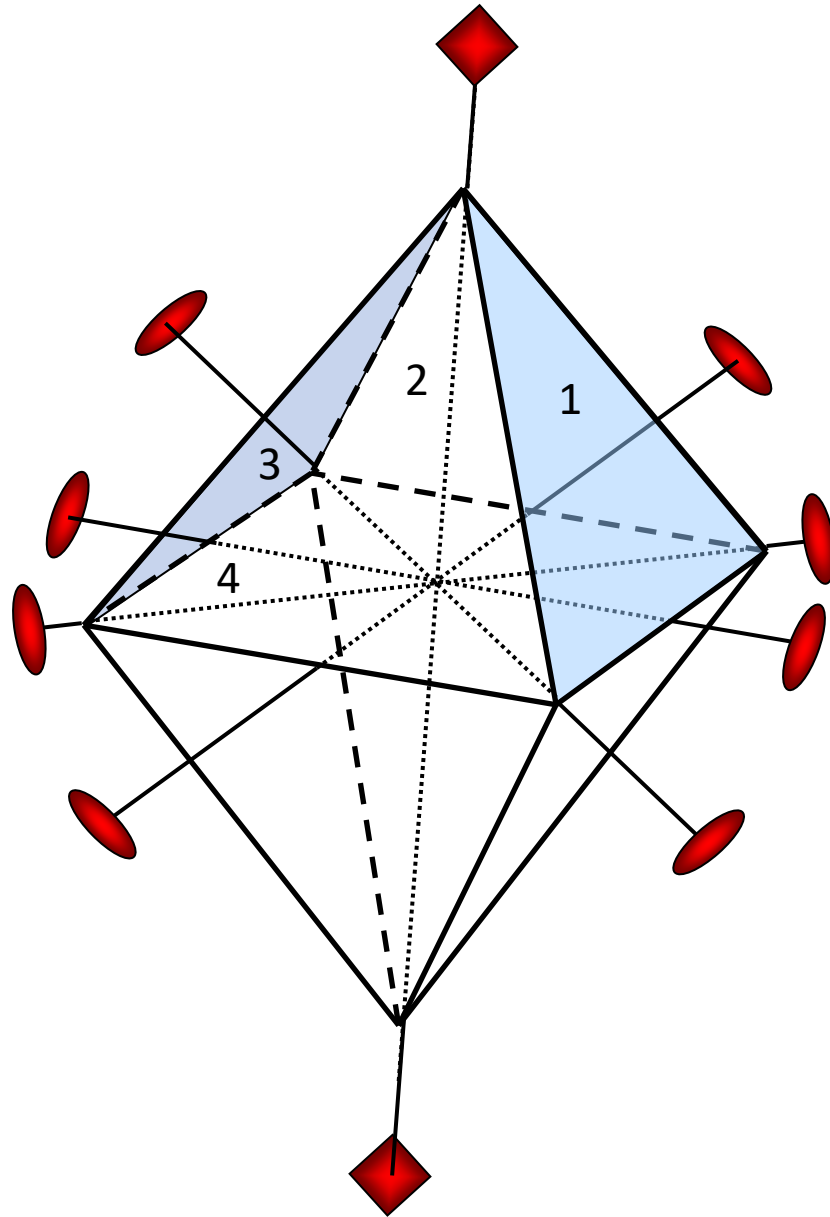
Proyección estereográfica de las caras

Se puede hacer antes o después de la proyección de los elementos de simetría.

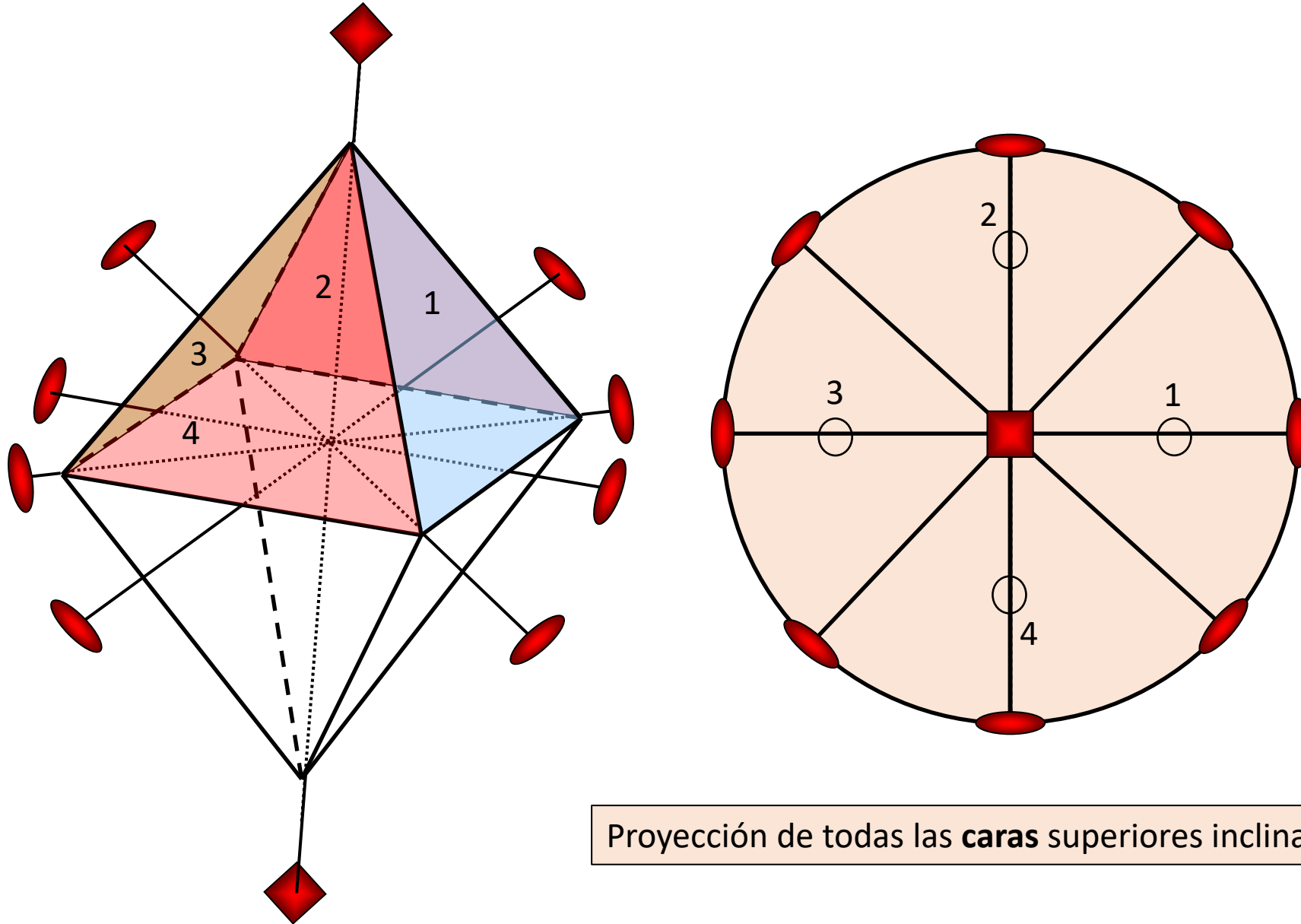


La cara superior derecha es inclinada. Se proyecta como un círculo abierto entre el borde y el centro de la proyección.

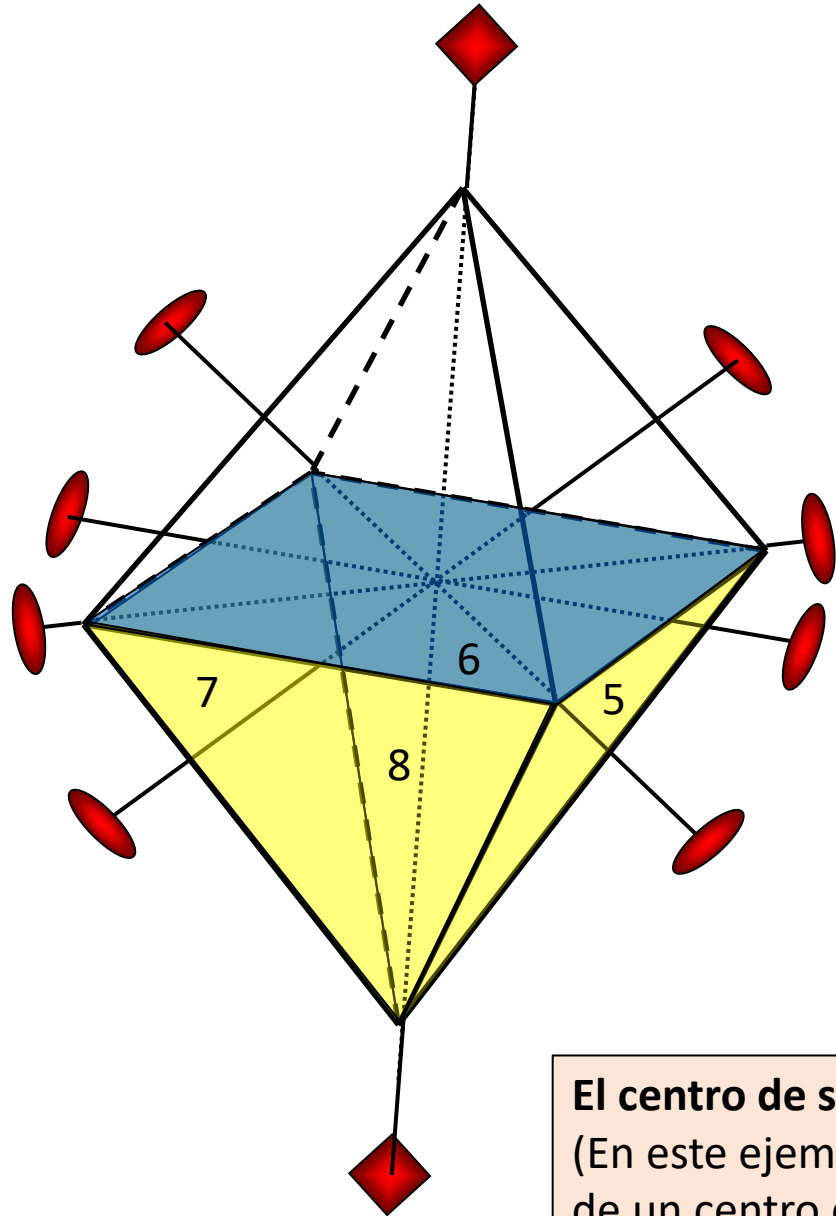
Proyección estereográfica de las caras



Proyección estereográfica de las caras



Proyección estereográfica de las caras

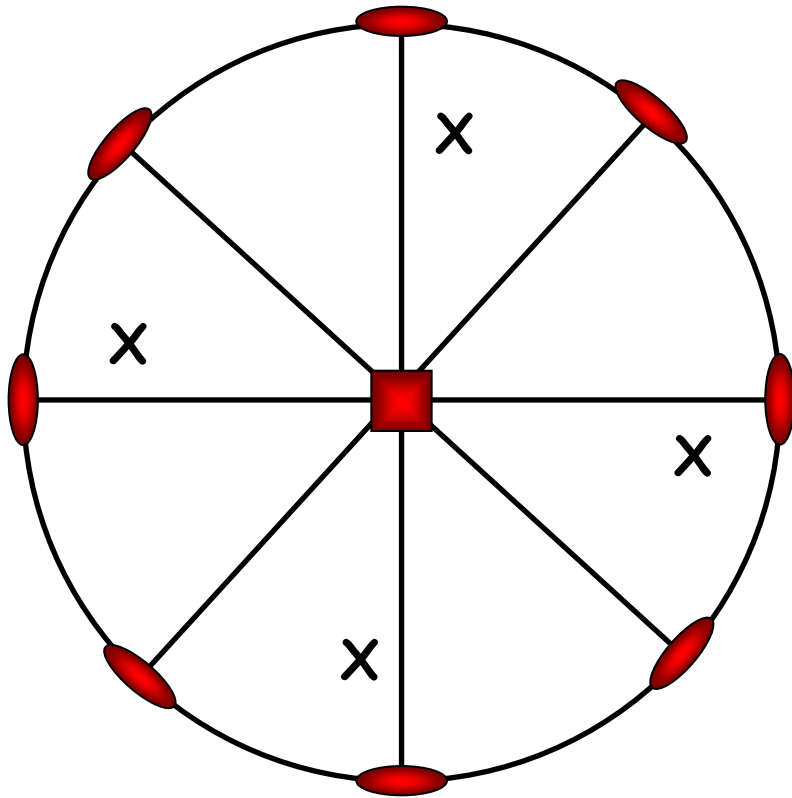


Proyección de todas las caras superiores e inferiores (8)

El centro de simetría no se proyecta. Se deduce por la simetría del cristal.
(En este ejemplo cada cara superior tiene una inferior paralela a ella a través de un centro de inversión. Tiene centro de simetría)

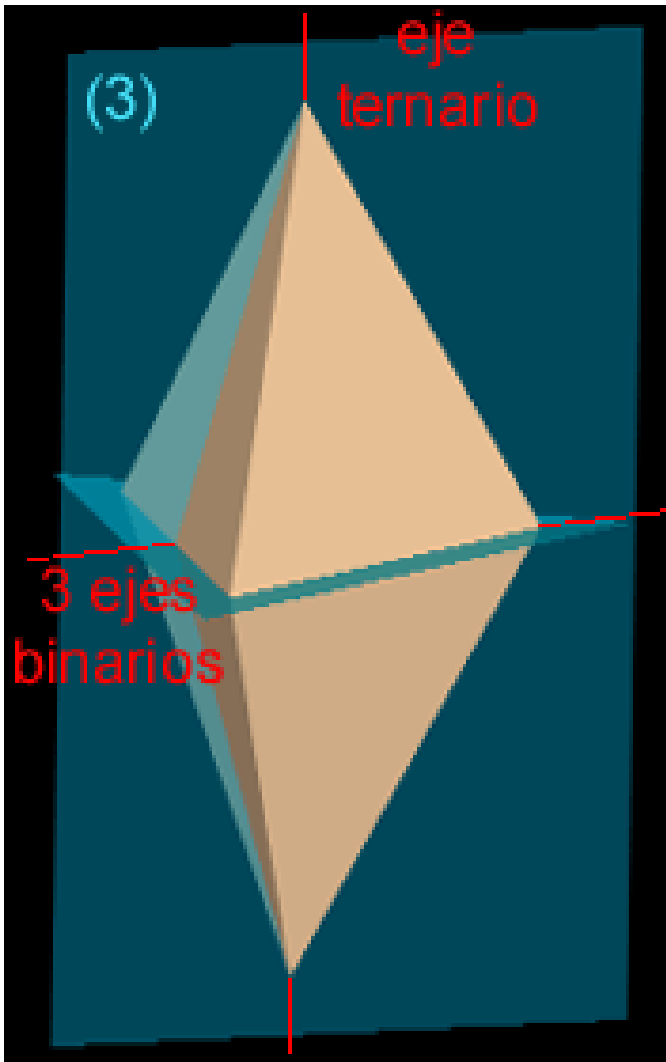
Las caras inferiores proyectan como una X en el mismo sitio que las superiores porque ambas caras tienen la misma posición espacial pero unas arriba y otras abajo.

Una proyección estereográfica debe ser coherente. Las caras y los elementos de simetría deben estar relacionados entre sí. Por ejemplo, si hay una cara y un plano de reflexión, debe haber otra cara y a la misma distancia del plano que la primera cara.



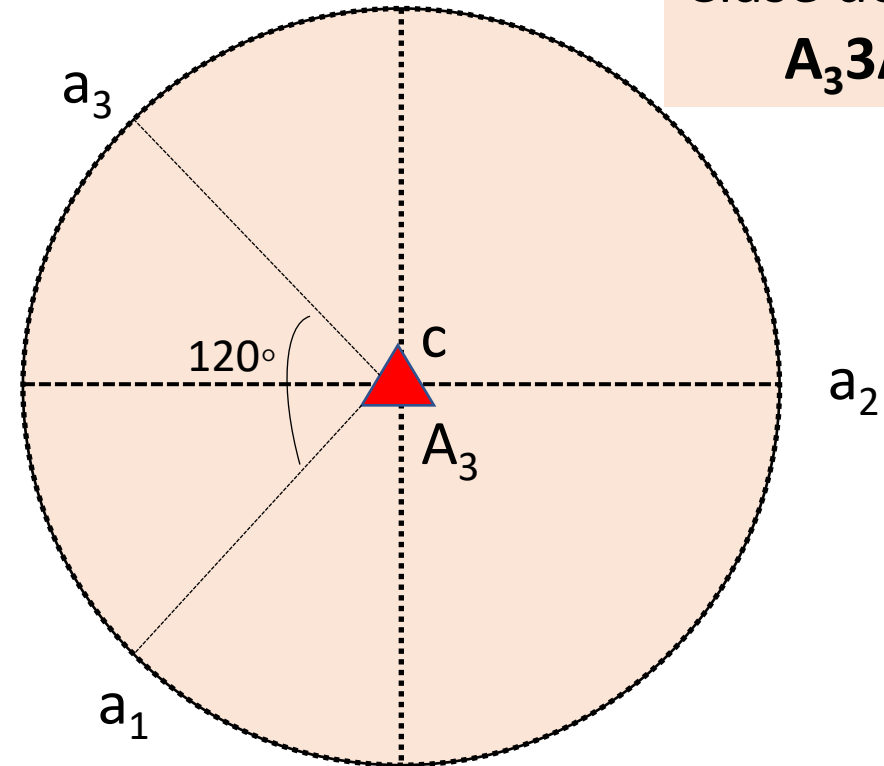
Esta proyección no es coherente. Hay un plano de simetría ecuatorial y caras inferiores, pero no hay caras superiores. Hay planos de simetría verticales, pero no hay caras reflejas de las caras mostradas.

Caso especial: Sistemas Romboédrico y Hexagonal



Ejes cristalográficos
a₁: hacia el observador
a₂: de izquierda a derecha
a₃: saliendo del observador
c: vertical.
Los ejes salen por las aristas

Clase de simetría
A₃3A₂3PC

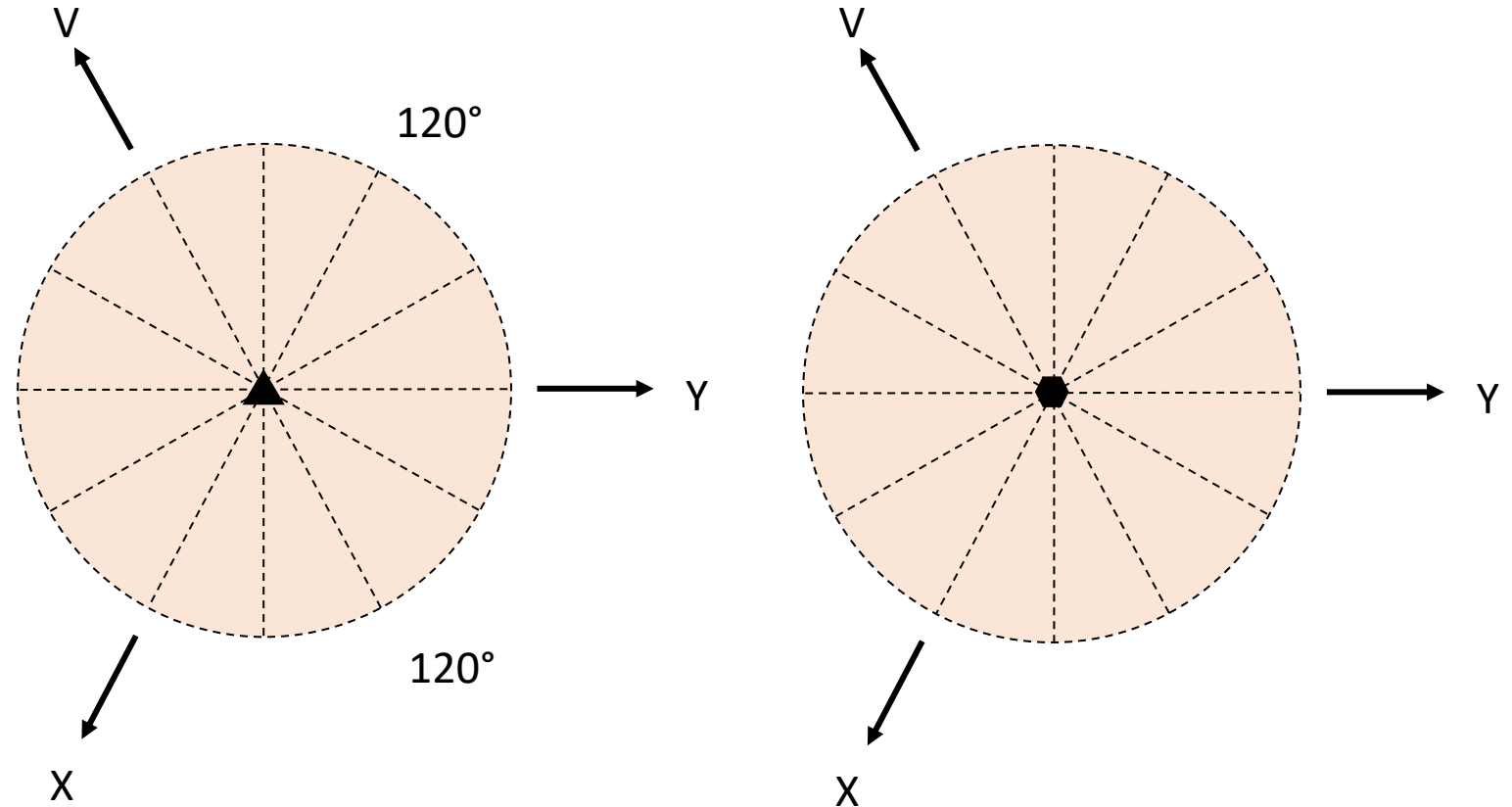


En estos sistemas hay **4 ejes** cristalográficos. Se toman como referencia los elementos de simetría de los cristales. Ejemplo: cada eje A₂ se toman como ejes cristalográficos a₁, a₂, a₃. El eje de simetría principal A₃ se toma como eje c.

Cruce axial en el romboédrico y hexagonal

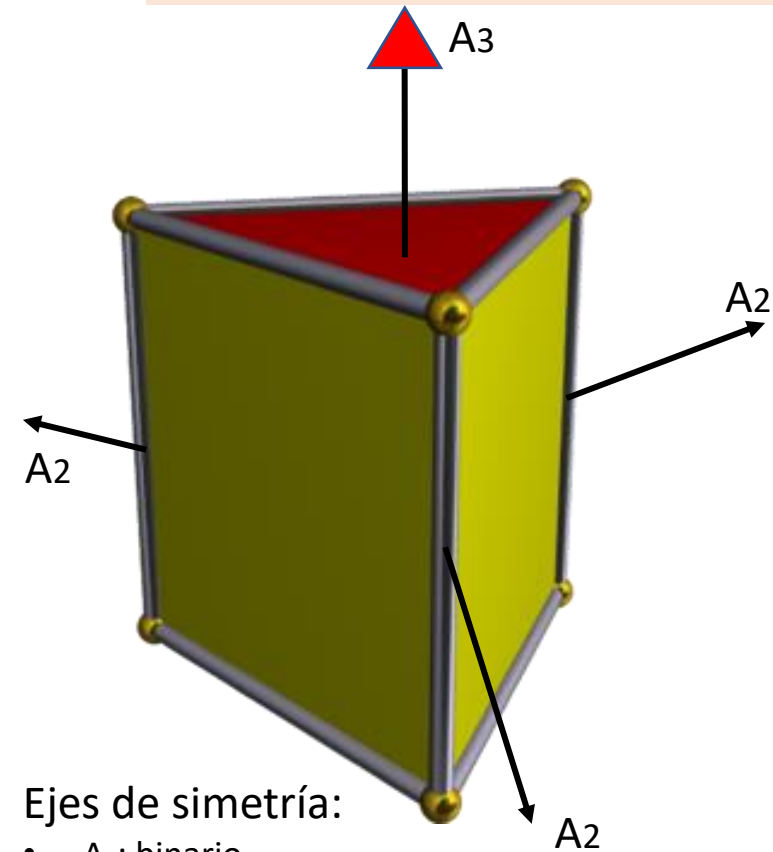
Los sistemas trigonal y hexagonal, por tener los ejes a y b a 120° , no pueden encajar en los ejes X e Y de la esfera de proyección.

Por eso, la esfera para estos dos sistemas tiene ejes especiales: X, Y y V a 120° en el plano ecuatorial, y el eje Z perpendicular al mismo.

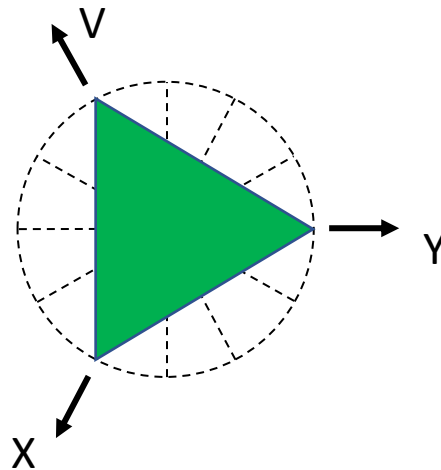


Caso especial: Sistema Romboédrico

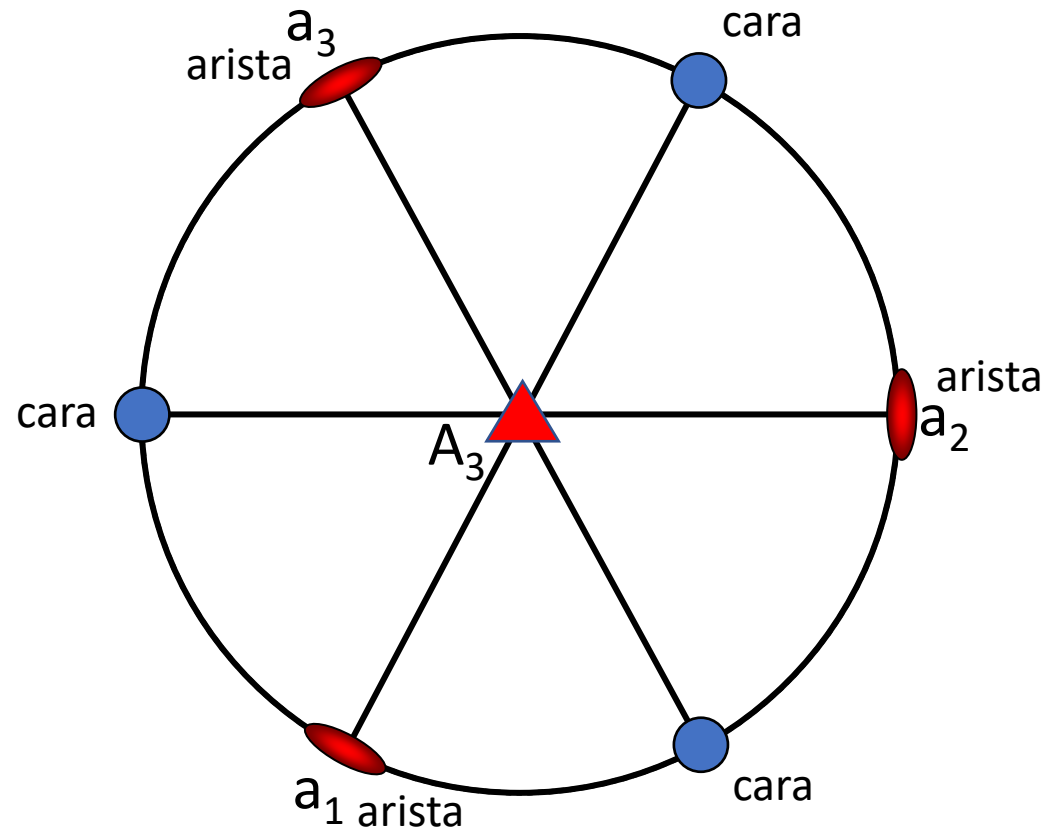
pongamos de ejemplo la clase de simetría $\underline{A_3}3\underline{A_2}4\underline{P}$



El prisma, visto desde arriba



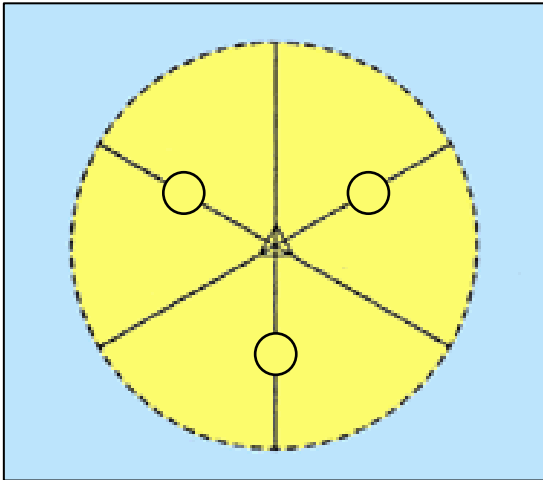
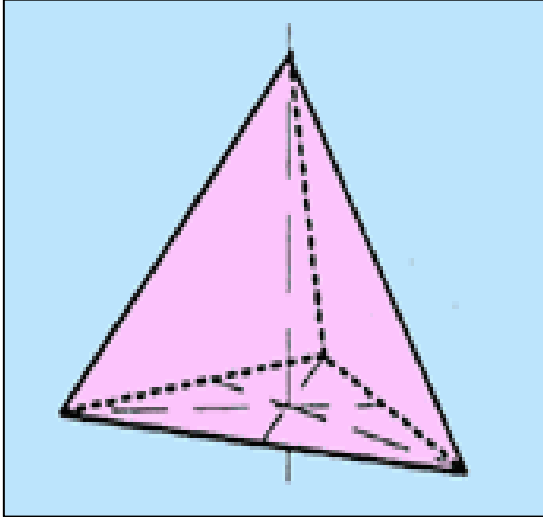
Los ejes salen por las aristas, no por las caras.



- Ejes de simetría:
- A_2 : binario
 - A_3 : ternario

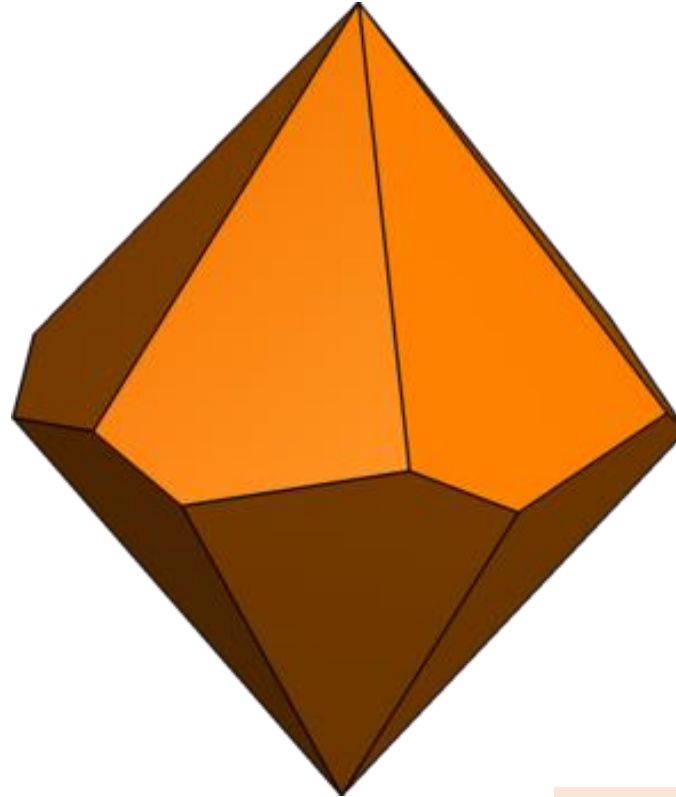
Se representan los ejes cristalográficos como 4 ejes. Se toman como referencia los elementos de simetría de los cristales. Ejemplo: cada eje A_2 se toma como eje cristalográfico.

Clase de simetría
A₃3P

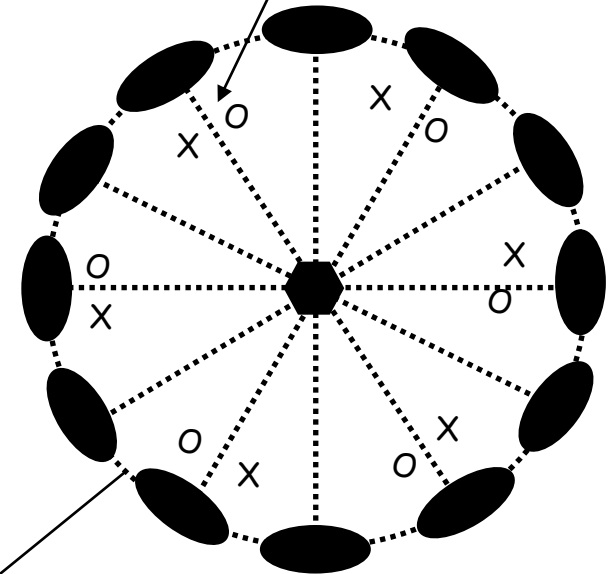


No hay plano de simetría horizontal.
Se representa por líneas discontinuas

Clase de simetría
A₆6A₂



¡No hay planos de simetría!
(líneas discontinuas)

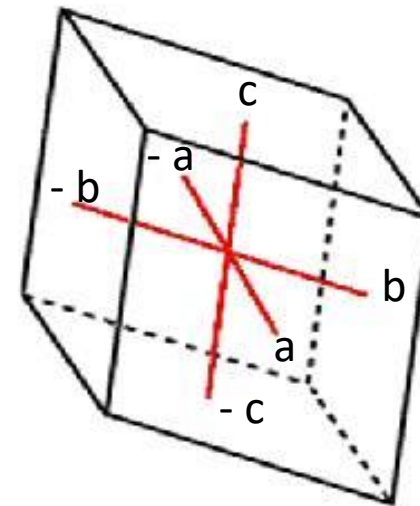
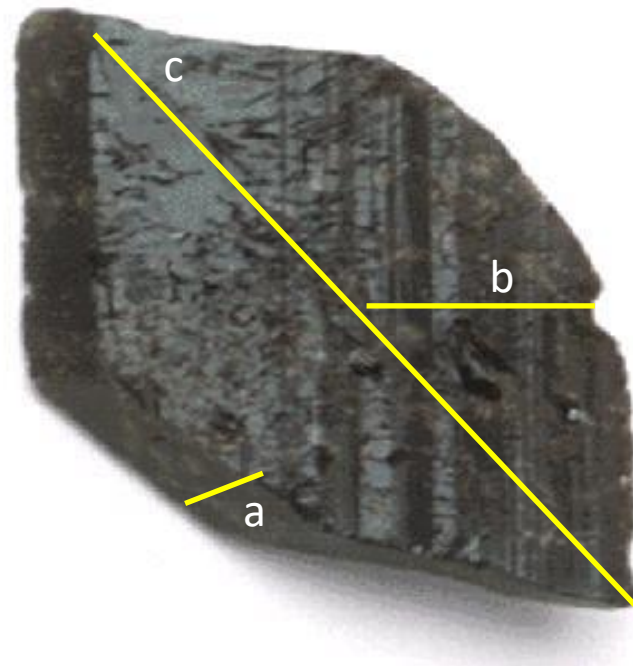


No hay plano horizontal!!
(líneas discontinuas)

Las caras superiores e inferiores caen en posiciones espaciales diferentes. Están rotadas. En la proyección, aparecen separadas.

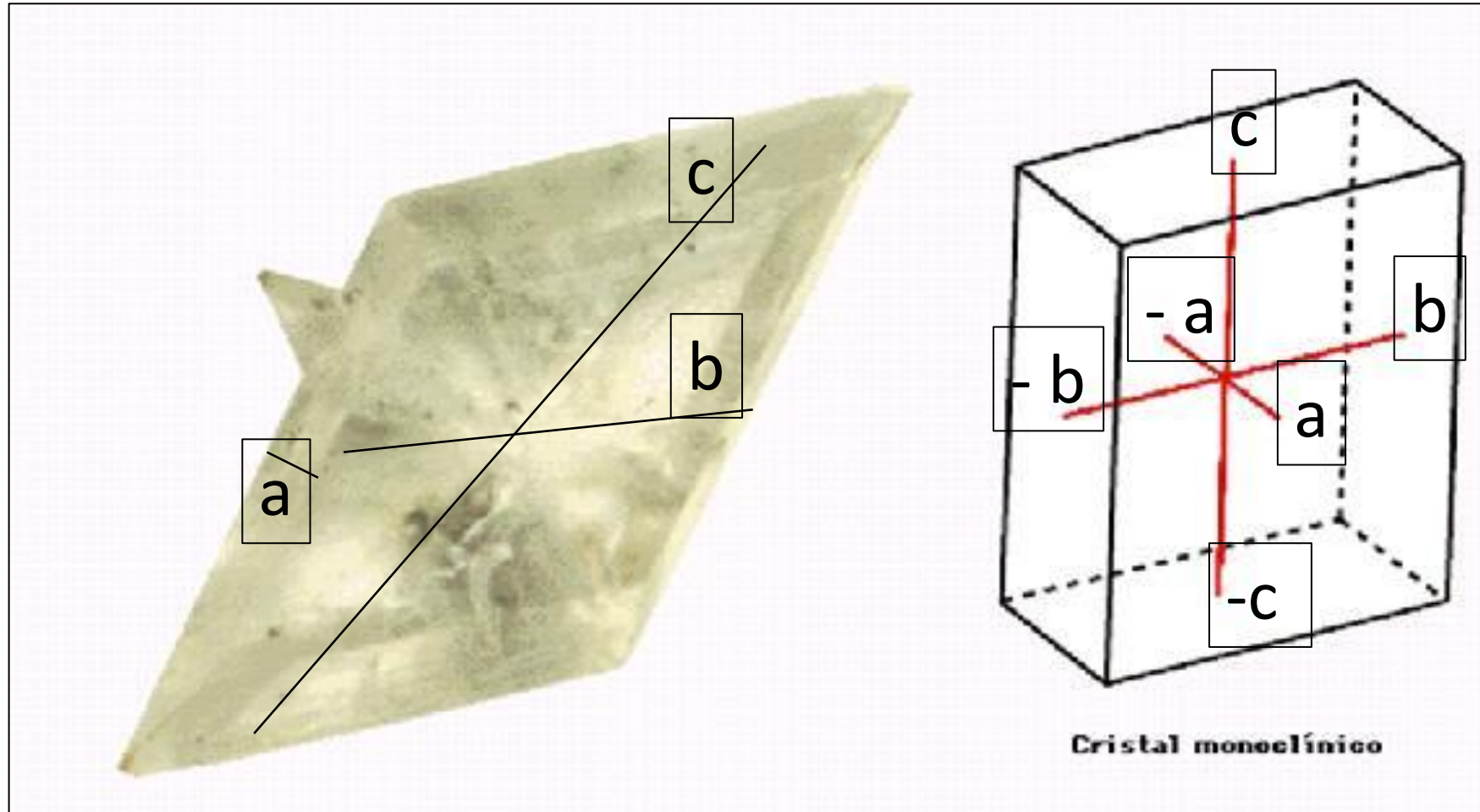
Caso especial: Sistemas triclínico, monoclínico y rómbico

Se toman como ejes cristalográficos las direcciones de las aristas o las caras cuando no existen ejes A_2 .



Cristal triclínico

Clase de simetría: A_2PC



Interpretación la clase de simetría a partir de la proyección.

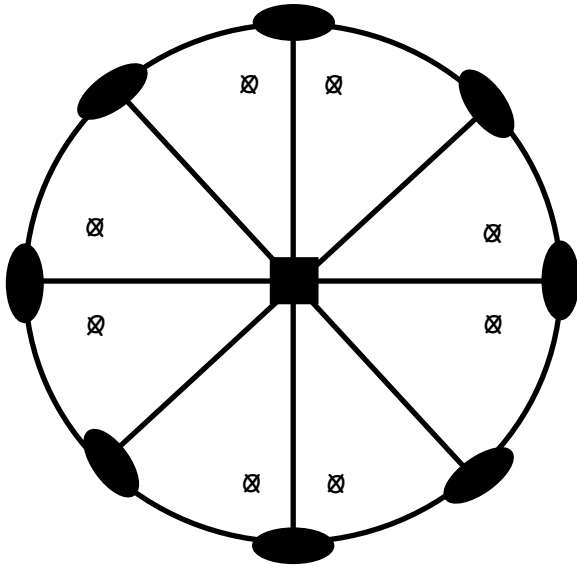
Eje de simetría principal: A_4

Ejes de simetría secundarios: $4A_2$

Planos de simetría: 5 (2 diagonales, 2 verticales, uno horizontal)

Centro de simetría: Sí (cada cara tiene una paralela)

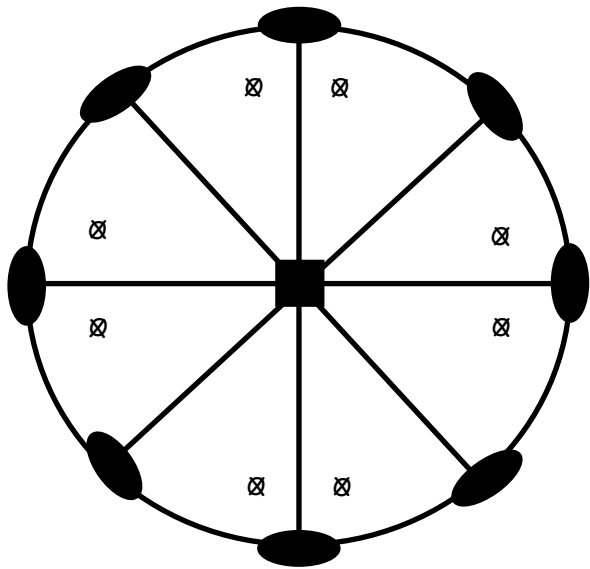
Clase de simetría: $A_4 4A_2 5PC$



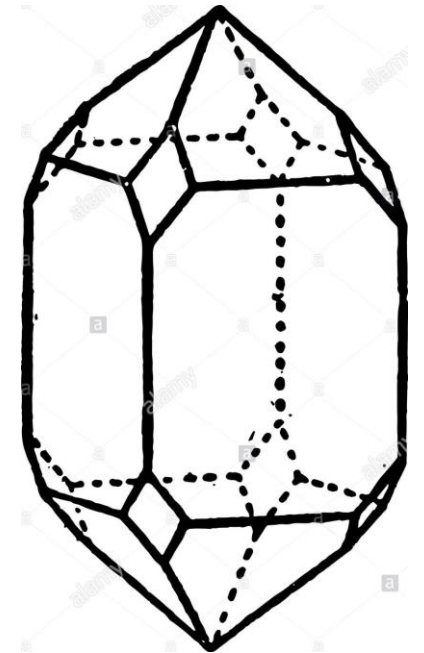
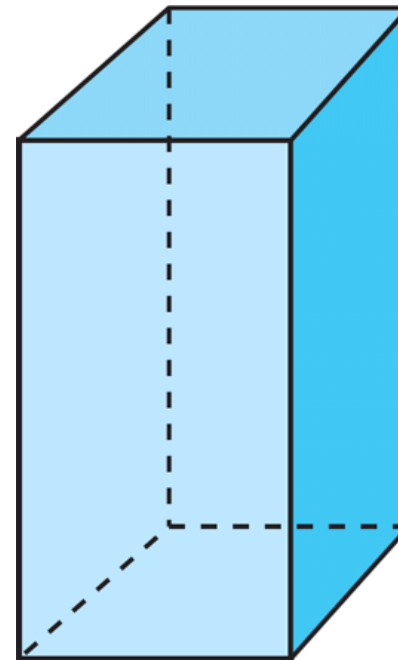
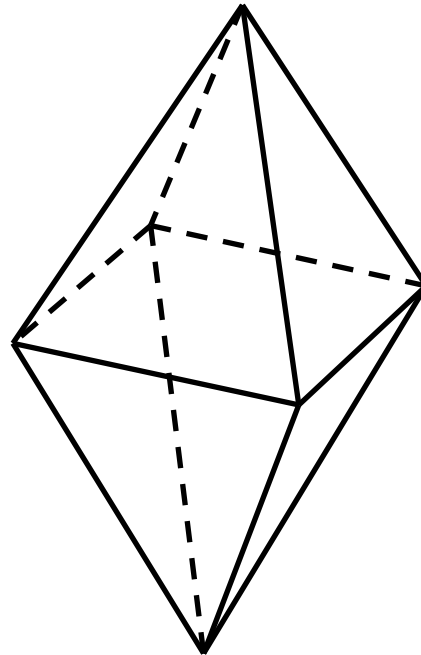
El análisis del centro de simetría a partir de la proyección estereográfica se hace teniendo en cuenta la distribución de las caras en el cristal.

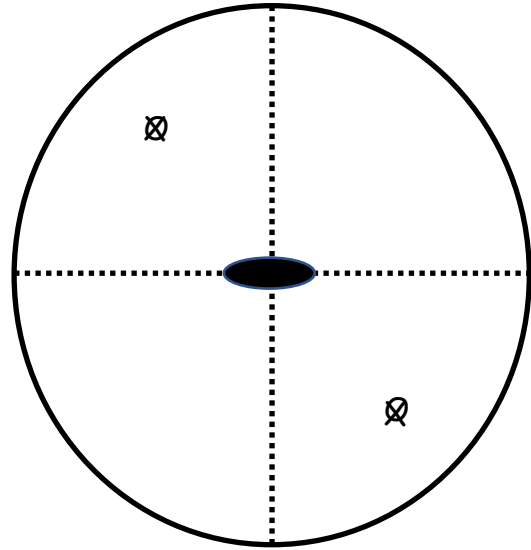
Si cada cara tiene una contraparte, entonces el cristal tiene centro de simetría.

A partir de la proyección estereográfica no se puede deducir la forma exacta del poliedro, ya que varios poliedros pueden pertenecer a la misma clase de simetría.



$A_4 4A_2 5PC$





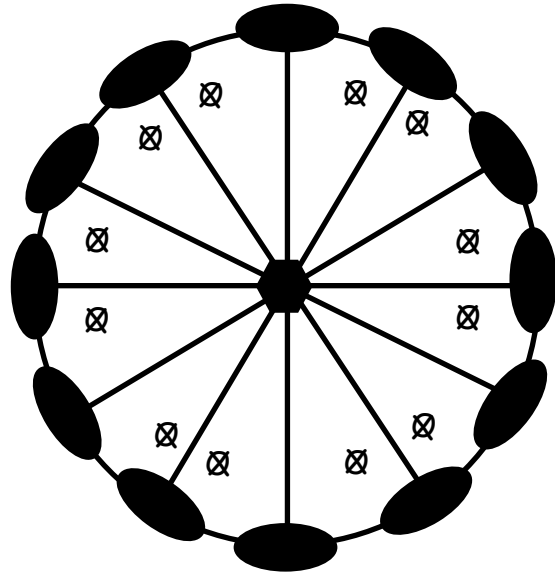
Eje de simetría principal: A_2

Eje de simetría secundarios: No tiene

Planos de simetría: horizontal

Centro de simetría: Sí. Cada cara tiene una paralela

Clase de simetría: A_2PC



Eje de simetría principal: A_6

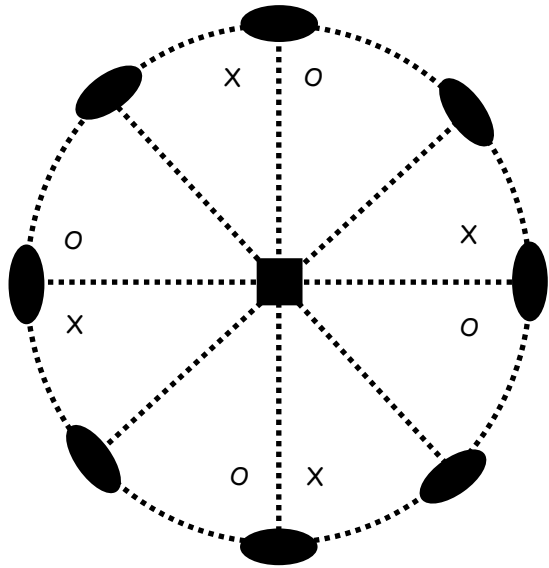
Eje de simetría secundarios: $6A_2$

Planos de simetría: $7P$

Centro de simetría: Sí

Clase de simetría: $A_6 6A_2 7PC$

Sistema cristalino: Hexagonal



Eje de simetría principal: A_4

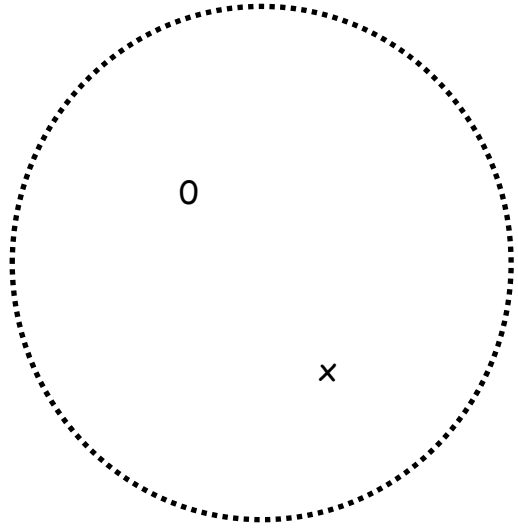
Eje de simetría secundarios: $4A_2$

Planos de simetría: no

Centro de simetría: no

Clase de simetría: A_44A_2

Sistema cristalino: Tetragonal



Eje de simetría principal: No tiene

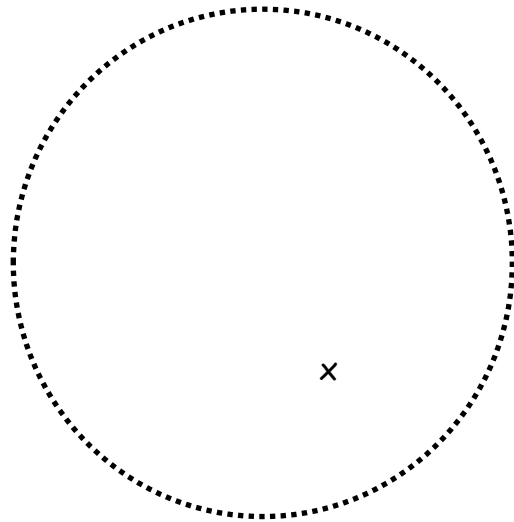
Eje de simetría secundarios: No tiene

Planos de simetría: No tiene

Centro de simetría: sí

Clase de simetría: C

Sistema cristalino: Triclínico



Eje de simetría principal: No tiene

Eje de simetría secundarios: No tiene

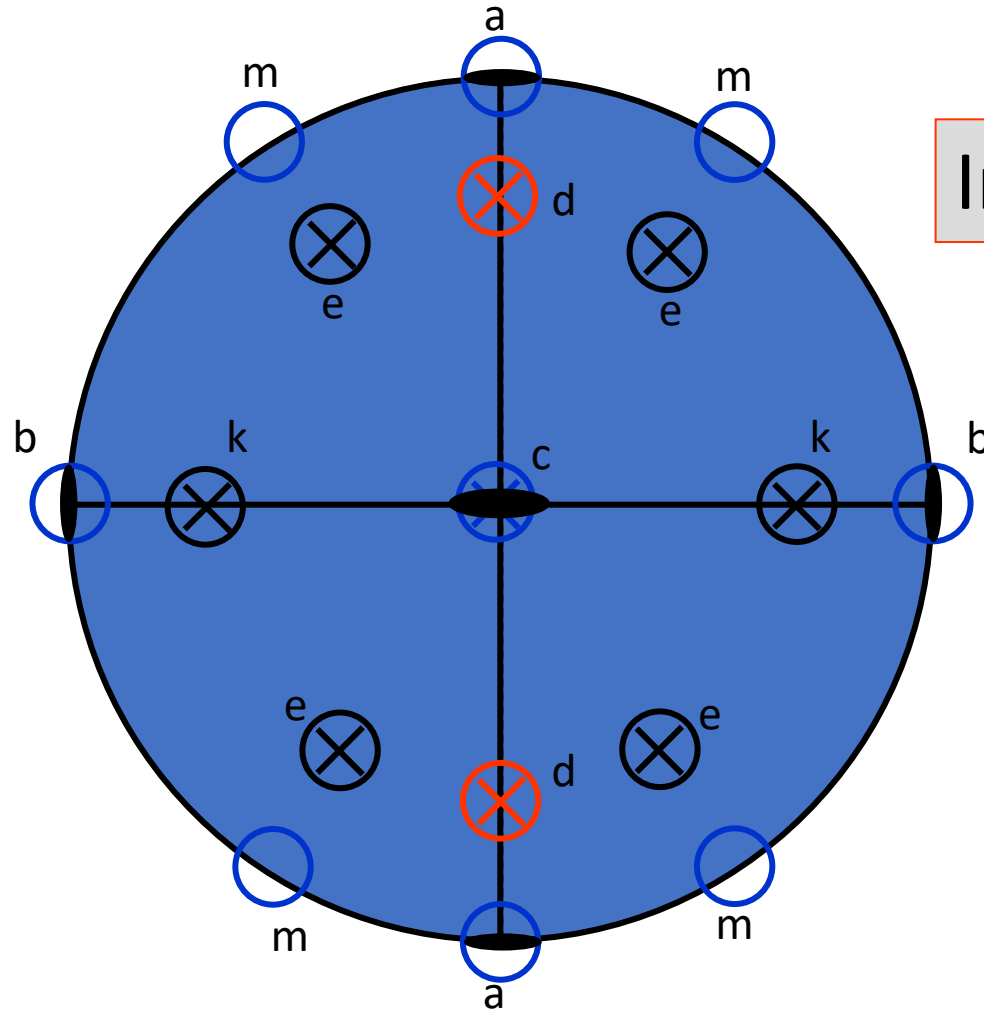
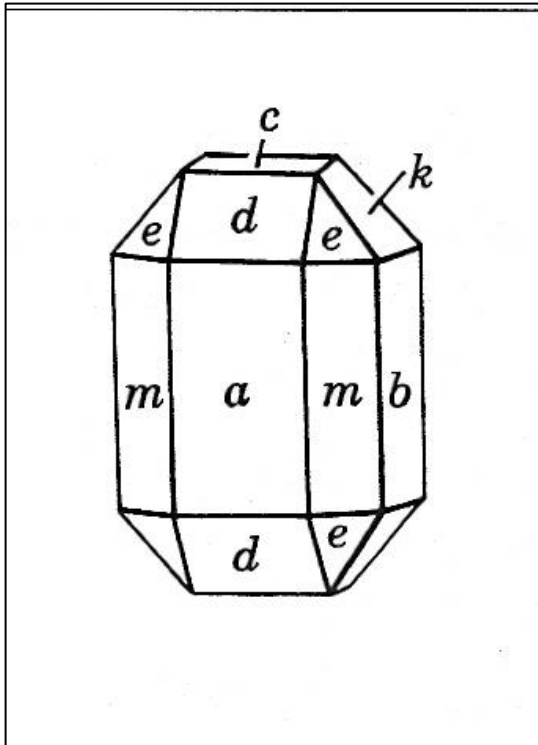
Planos de simetría: No tiene

Centro de simetría: no

Clase de simetría: A_1

Sistema cristalino: Triclínico

Rómbico $m m m$ (clase bipiramidal rómbica (barita BaSO_4))



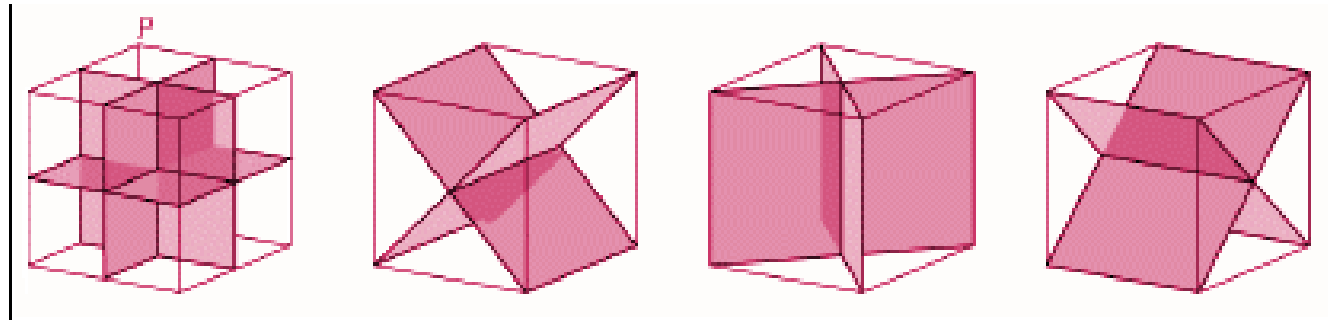
Intentémoslo en clase

$3A_23PC$

sulfatos anhidros (barita), olivino,
píroxenos rómbicos, anfíboles
rómbicos, sulfatos rómbicos,
carbonatos rómbicos.

Proyección estereográfica de un cubo

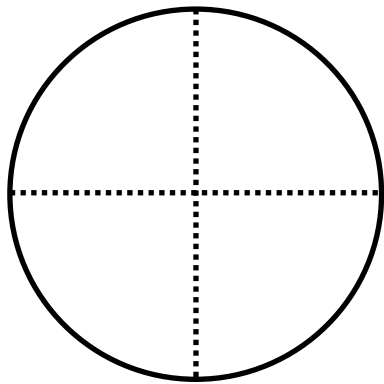
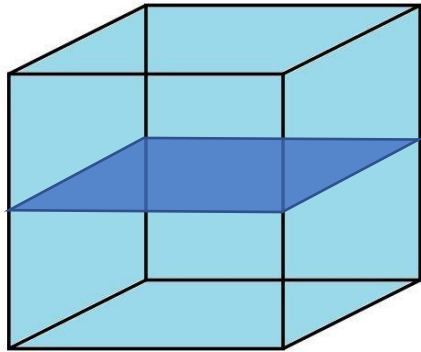
El Sistema cúbico es el único que puede tener planos de simetría inclinados. En el resto de sistemas, los planos (si los hay) son horizontales o verticales.



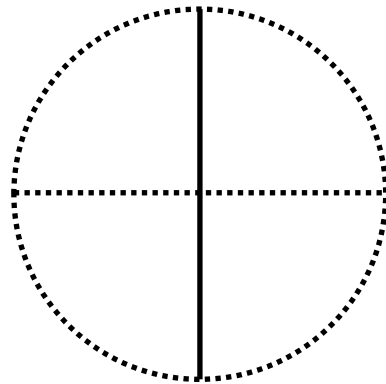
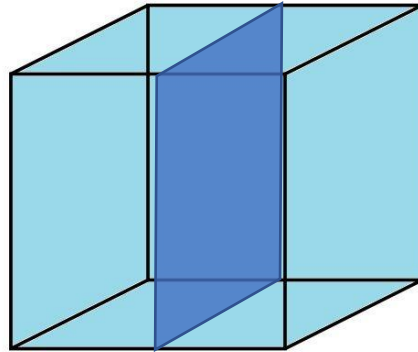
Por tanto, hay que saber proyectar planos inclinados en proyecciones estereográficas.

Proyección estereográfica de un cubo

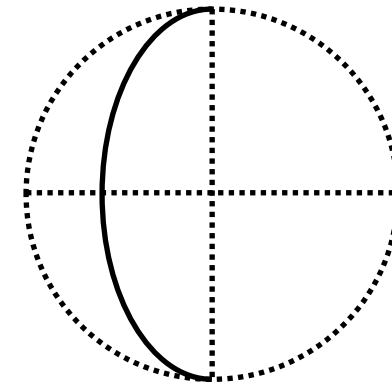
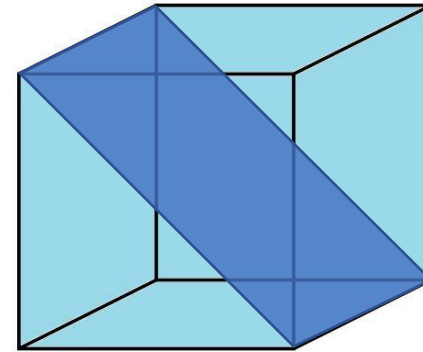
Si un plano horizontal se representa como un círculo máximo...



Y un plano vertical como una línea recta...

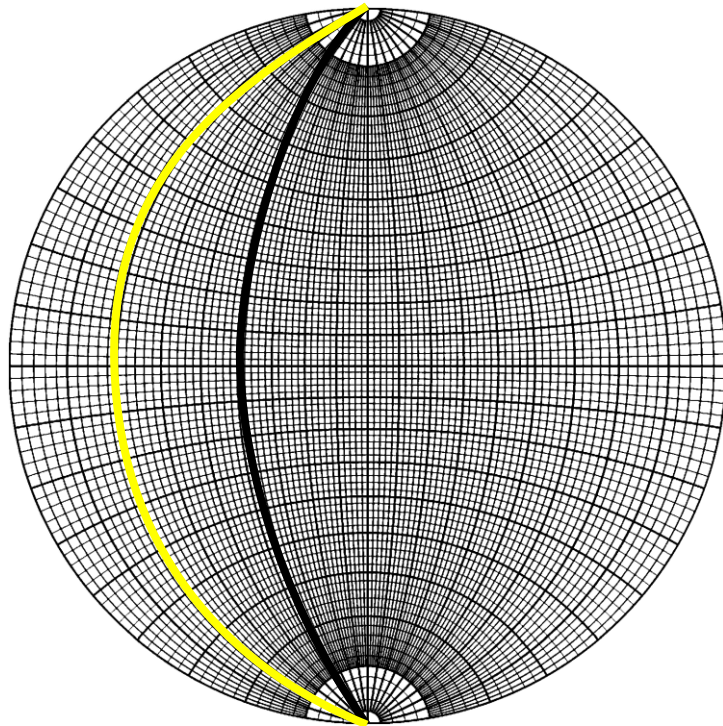


Un plano inclinado se representa como un arco entre el círculo máximo y la línea recta.

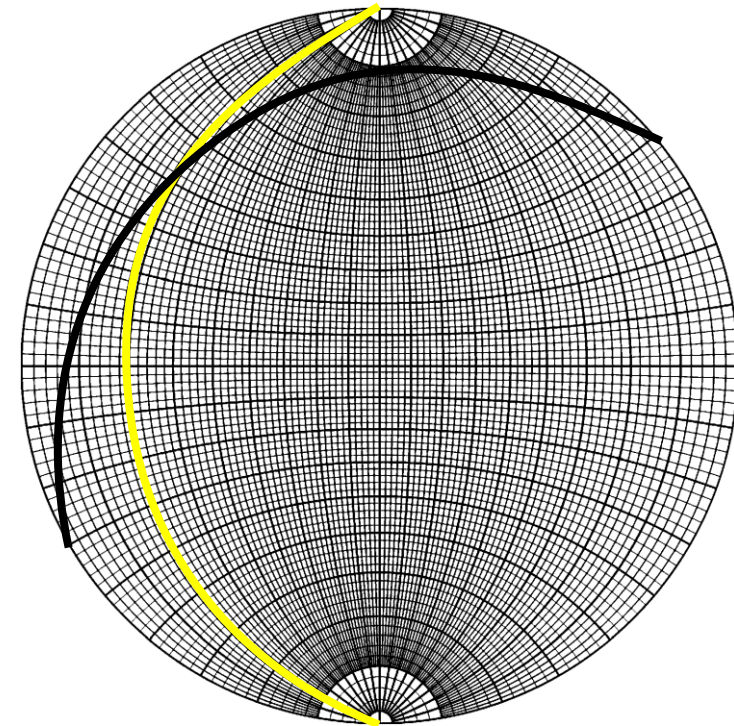


Proyección estereográfica de un cubo

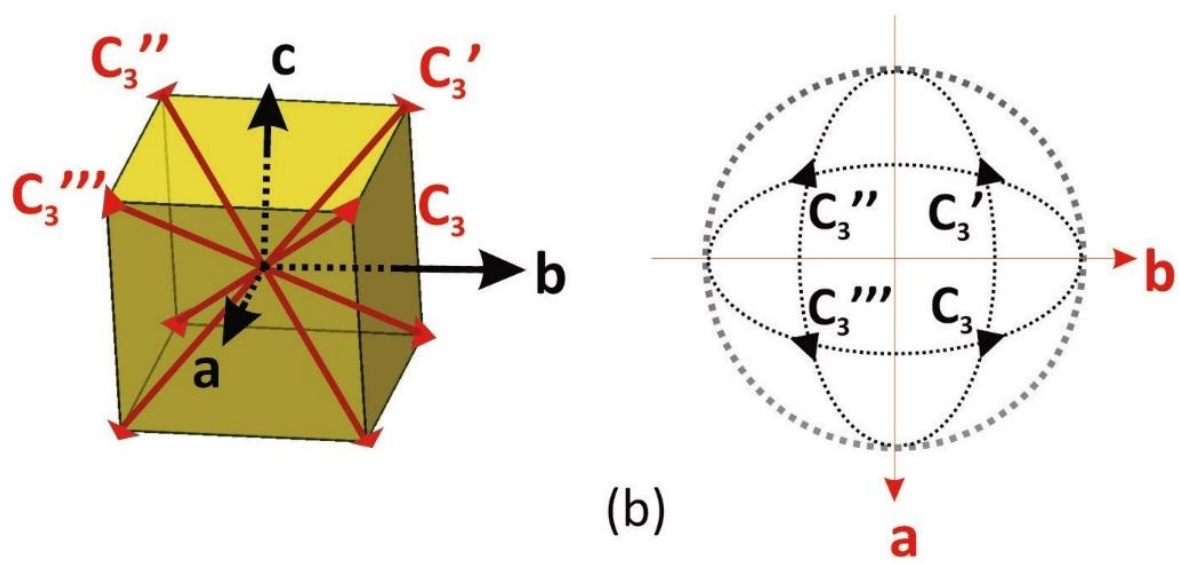
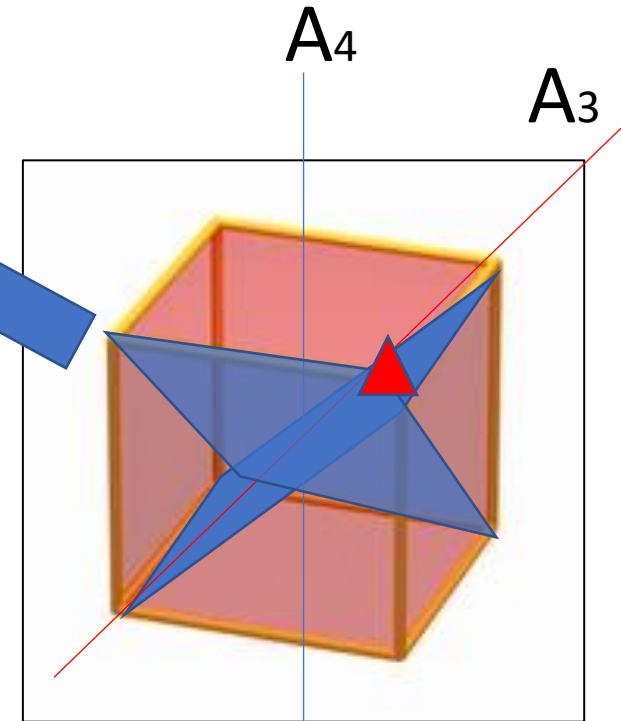
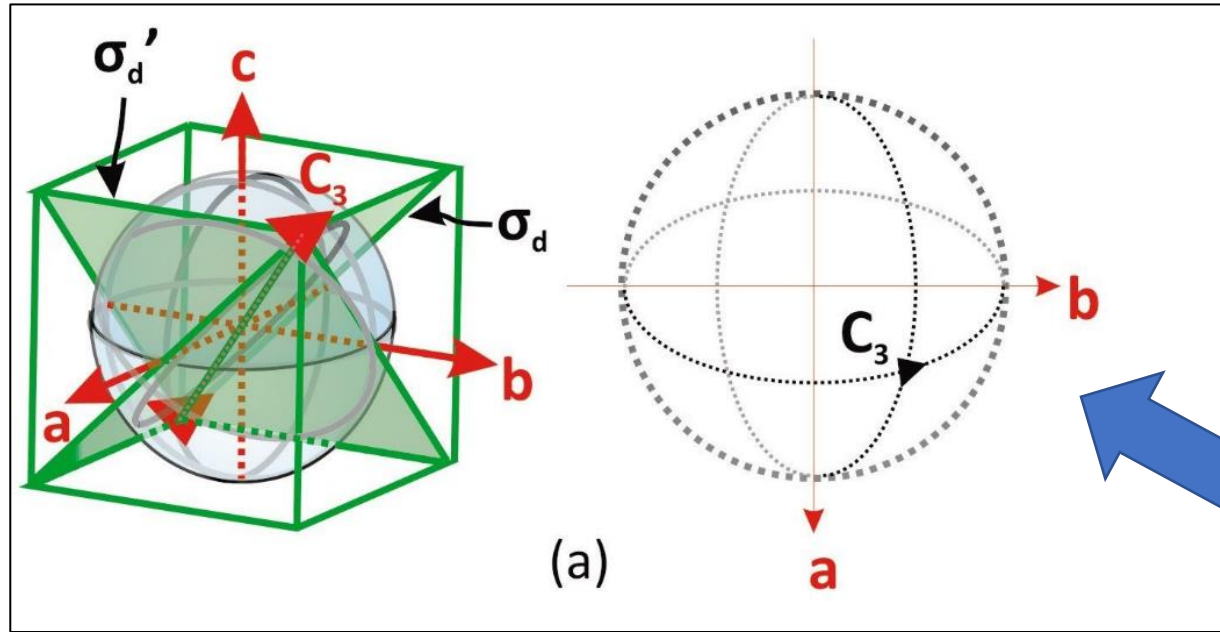
El “buzamiento” del plano se representa con la cercanía al círculo externo o al centro



La “dirección del buzamiento” del plano se representa con su posición respecto al eje N-S o E-W.



Proyección estereográfica de un cubo

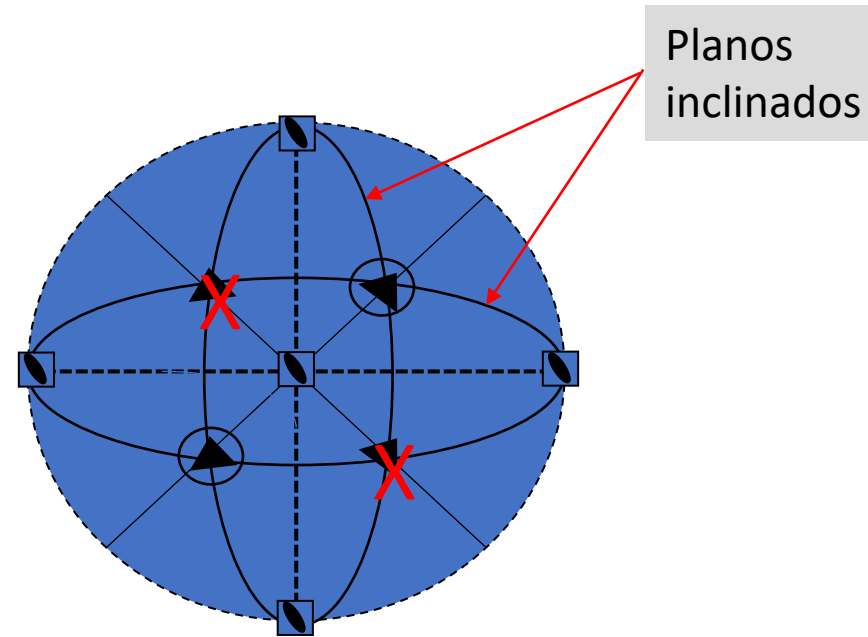
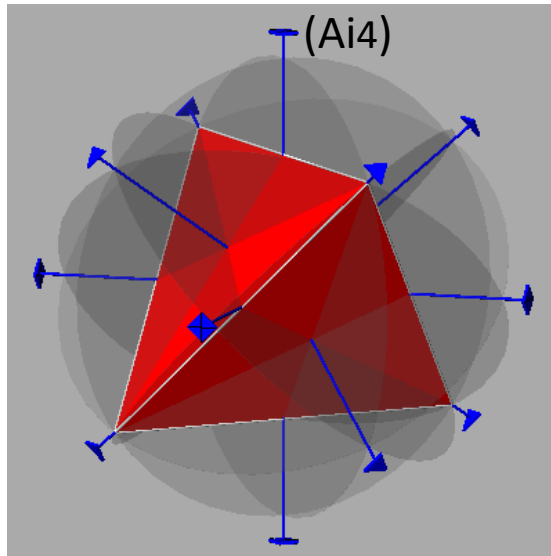


Clase de simetría
 $3A_4 4A_3 6A_2 9PC$

!!!Importante!!!

En el sistema cúbico aparecen planos de simetría “inclinados” que se representan como ***curvas*** en la proyección estereográfica.

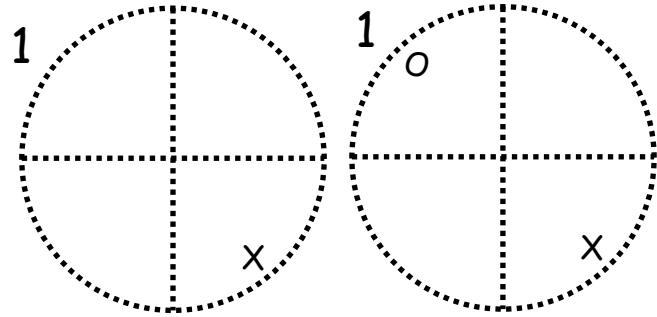
Proyección estereográfica de un tetraedro ($4A_3$ $3A_4$ $6P$)



Esta forma simple tiene 3 ejes de rotoinversión de orden 4.
Se obtiene la misma cara haciendo un giro de 90° (A_4) y una inversión a través de un punto.

Proyecciones estereográficas por
sistemas cristalinos y clases de simetría

Sistema triclinico



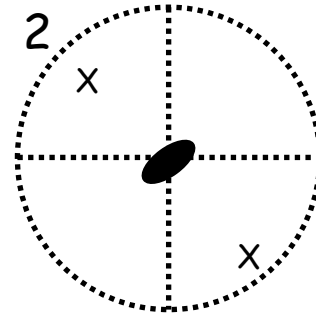
Pedial

$1A_1$ (sin simetría)

Pinacoidal

C

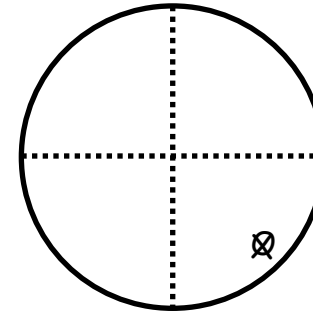
Sistema monoclinico



Esfenoídica

$1A_2$

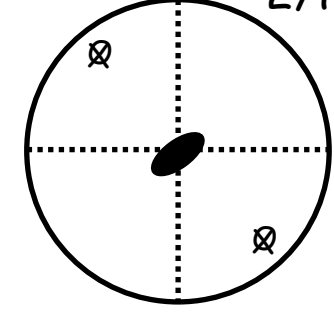
$\bar{2} = m$



Domática

$1P$

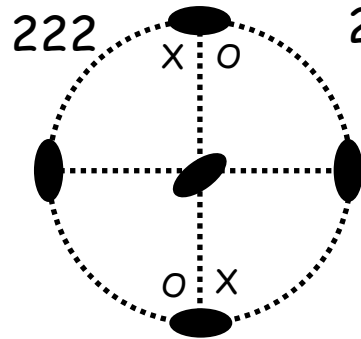
$2/m$



Prismática

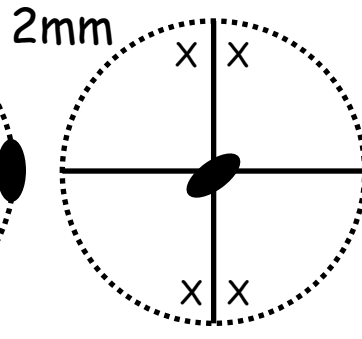
$1A_2$ $1P$ C

Sistema rómbico



Biesfenoídica rómbica

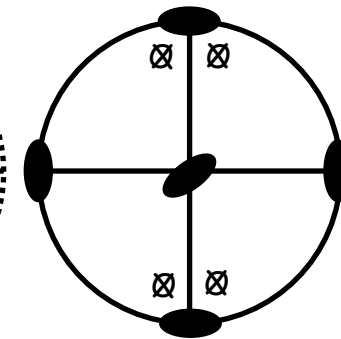
$3A_2$



Piramidal rómbica

$1A_2$ $2P$

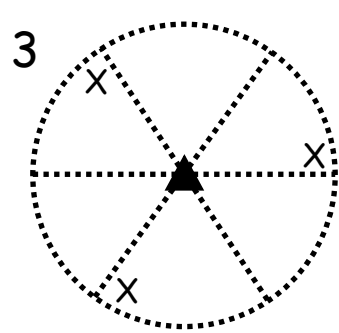
$2/m$ $2/m$ $2/m$



Bipiramidal rómbica

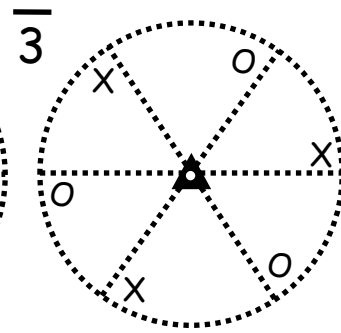
$3A_2$ $3P$ C

Sistema romboédrico



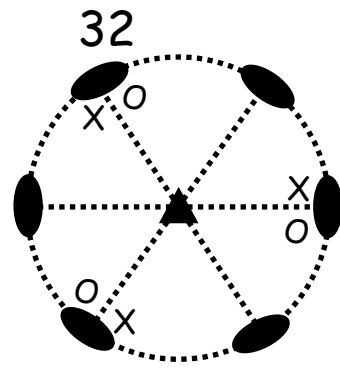
Piramidal trigonal

$1A_3$



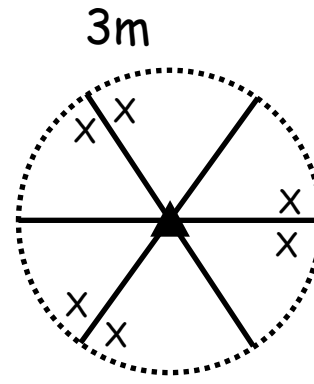
Romboédrica

$1A_3 C$



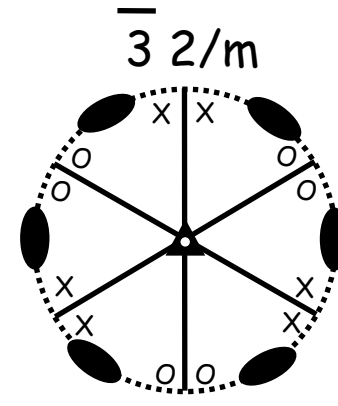
Trapezoédrica trigonal

$1A_3 3A_2$



Piramidal ditrigonal

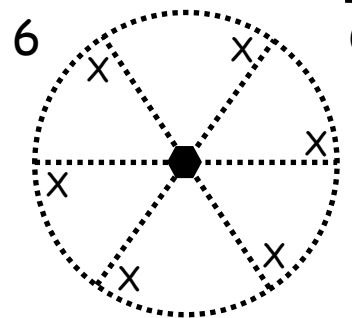
$1A_3 3P$



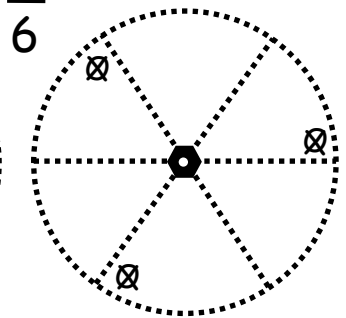
Escalenoédrica hexagonal

$1A_3 3A_2 3P C$

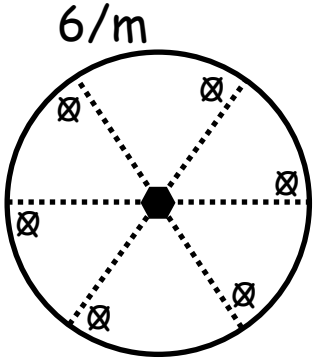
Sistema hexagonal



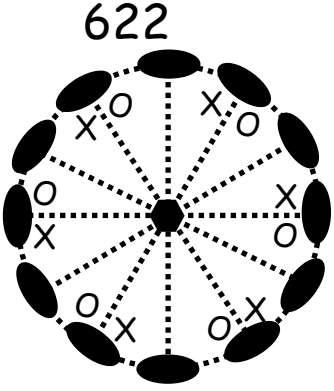
Piramidal hexagonal
 $1A_6$



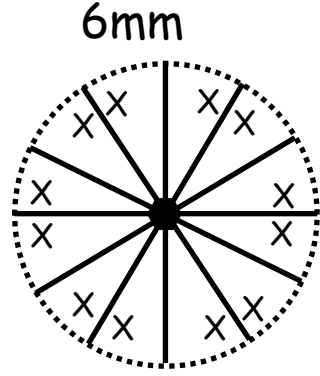
Bipiramidal trigonal
 $1A_3 P$



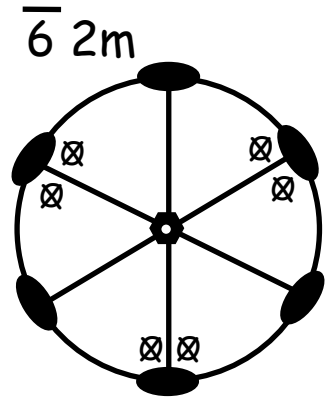
Bipiramidal hexagonal
 $1A_6 P C$



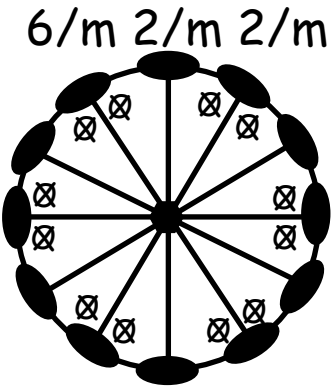
Trapezoédrica hexagonal
 $1A_6 6A_2$



Piramidal dihexagonal
 $1A_6 6P$



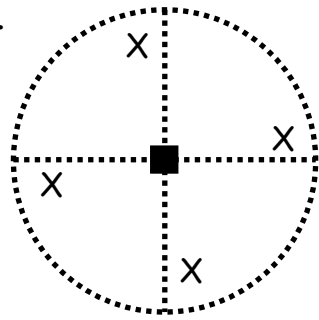
Bipiramidal ditrigonal
 $1A_3 3A_2 4P$



Bipiramidal dihexagonal
 $1A_6 6A_2 7P C$

Sistema tetragonal

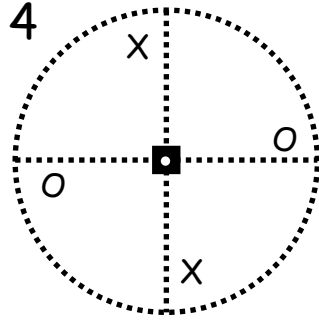
4



Piramidal tetragonal

$1A_4$

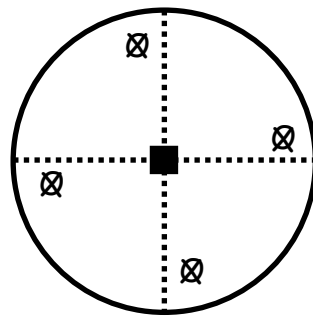
$\bar{4}$



Biesfenoídica tetragonal

$1AP_4$

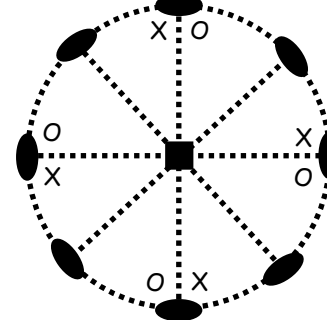
4/m



bipiramidal tetragonal

$1A_4 P C$

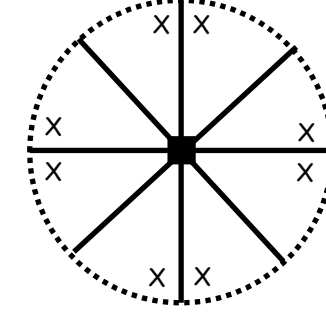
422



Trapezoédrica tetragonal

$1A_4 4A_2$

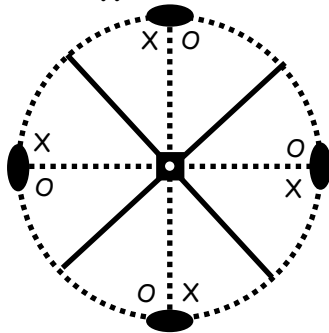
4mm



Piramidal ditetragonal

$1A_4 4P$

$\bar{4} 2m$

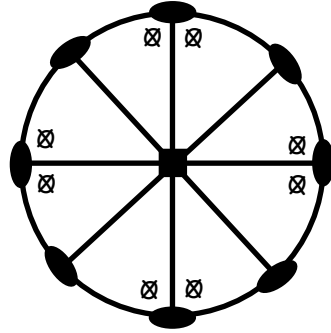


Escalenoédrica tetragonal

$3A_2 2P$

Eje vertical es
cuaternario de inversión

4/m 2/m 2/m

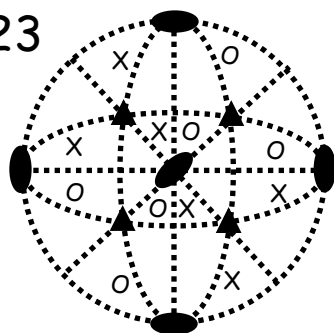


Bipiramidal ditetragonal

$1A_4 4A_2 5P C$

Sistema cúbico

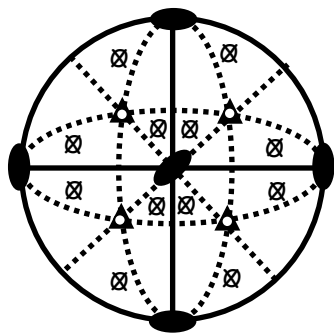
23



Tetartoédrica

$3A_2 4A_3$

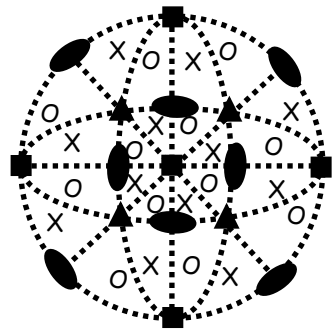
$2/m \bar{3}$



Diploédrica
(disdodecaédrica)

$3A_2 4A_3 3P C$

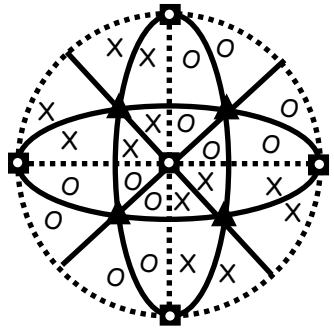
432



Giroédrica

$3A_4 4A_3 6A_2$

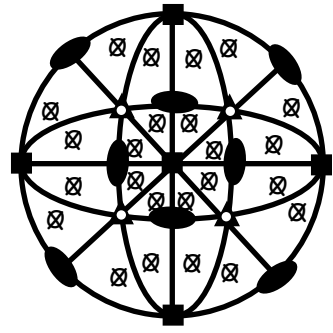
$\bar{4} 3m$



Hexaquistetraédrica

$3A_2 4A_3 6P$

$4/m \bar{3} 2/m$



hexaquisoctaédrica

$3A_4 4A_3 6A_2 9P C$