

CRISTALOGRAFÍA II

CLASES DE SIMETRÍA

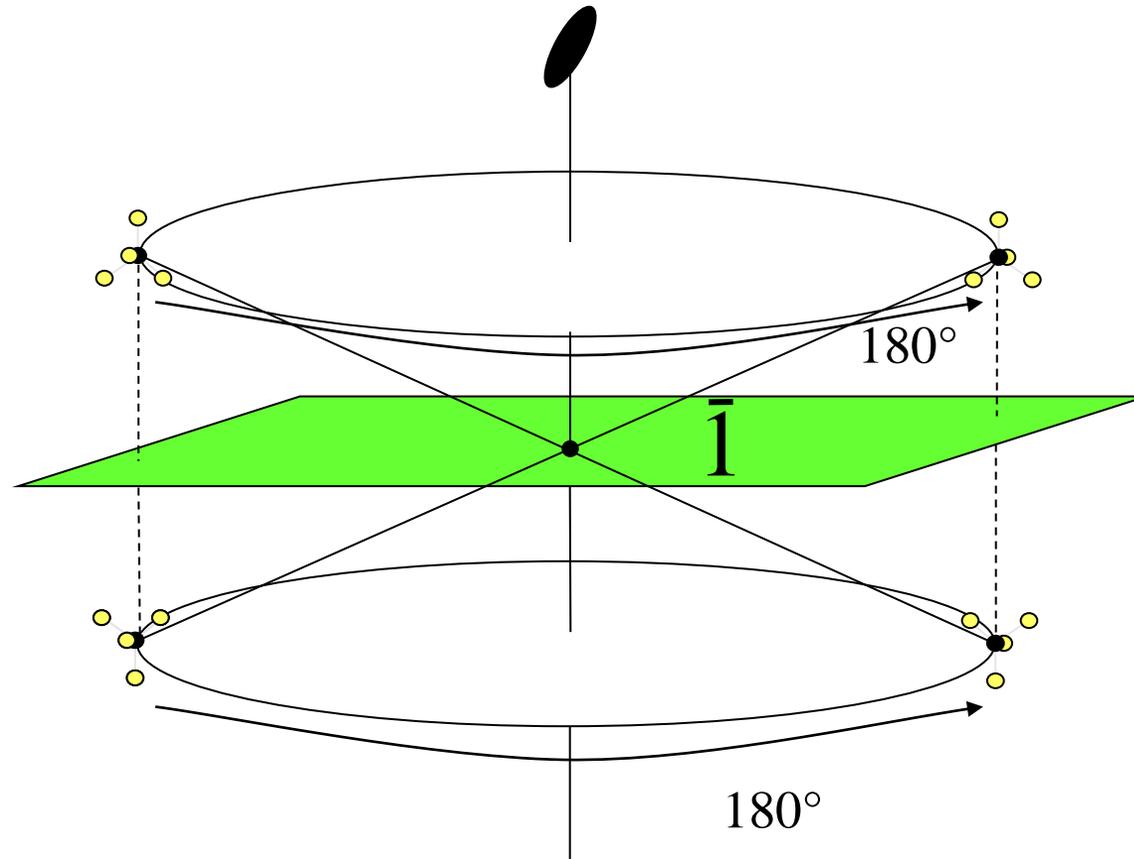
SISTEMAS CRISTALINOS

ORIENTACIÓN DE LOS CRISTALES

Ley de la Constancia de los ángulos diedros (1ª ley de la Cristalografía)

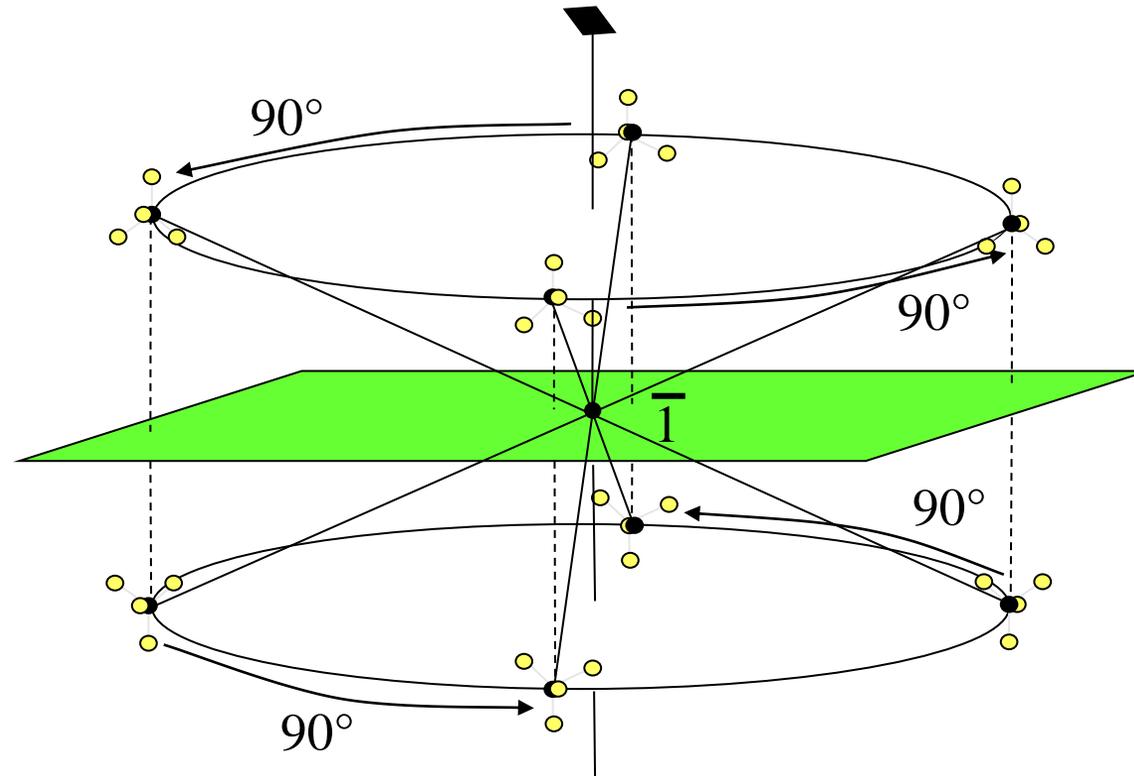
“Los cristales de una misma sustancia pueden tener aspectos muy diferentes, número y tamaño de las caras, pero los ángulos entre las caras permanecen constantes para iguales condiciones de P-T”

Coexistencia de elementos de simetría



Eje de orden 2 + centro de simetría =
un plano de simetría ortogonal al eje binario

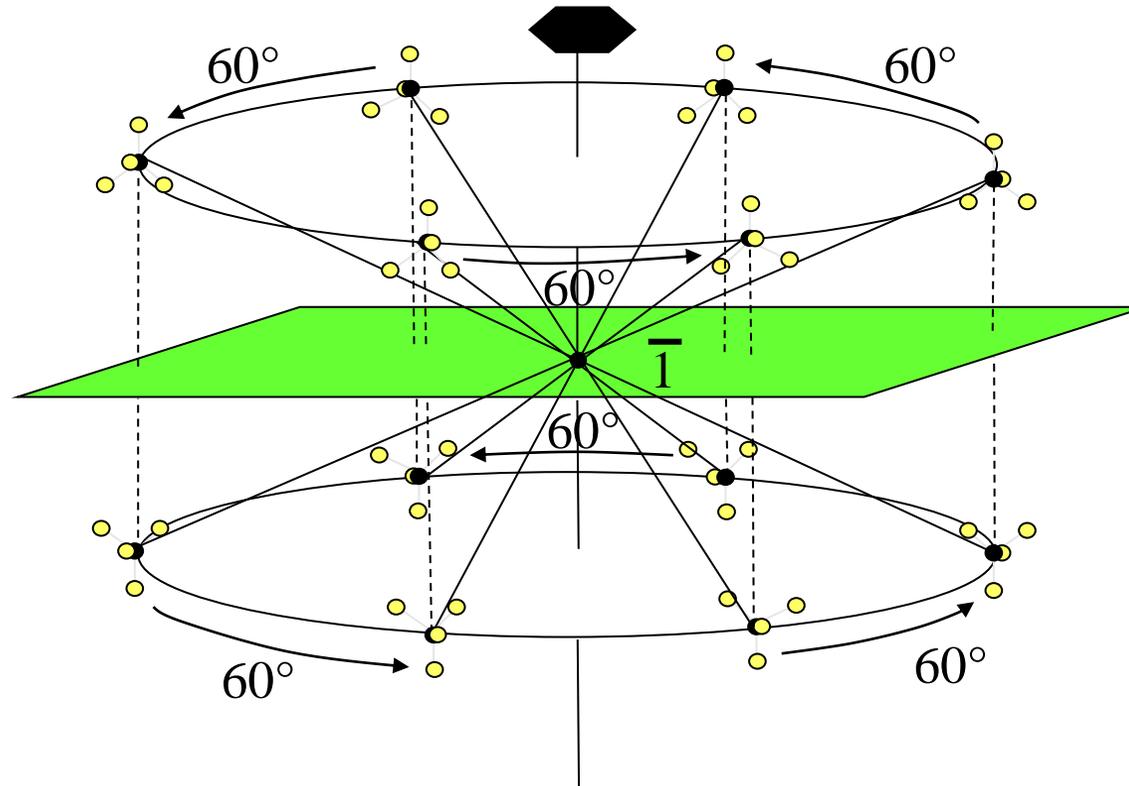
Coexistencia de elementos de simetría



Eje de orden 4 + plano de simetría ortogonal
= un centro de simetría

Coexistencia de elementos de simetría

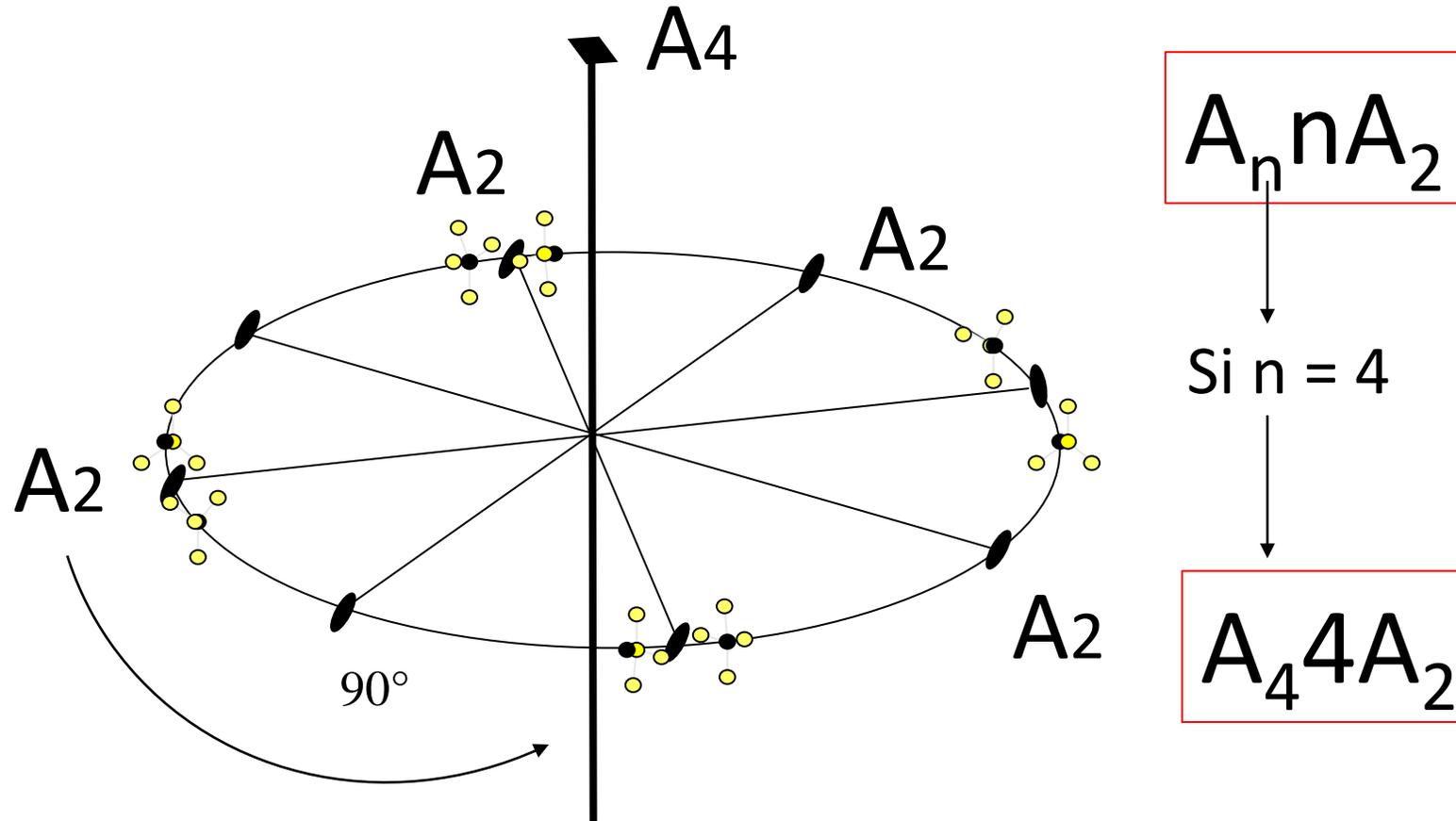
Primera regla de coexistencia de elementos de simetría



Eje de orden par, plano de simetría ortogonal y centro de simetría:
si hay dos de ellos, existe el tercero

Coexistencia de elementos de simetría

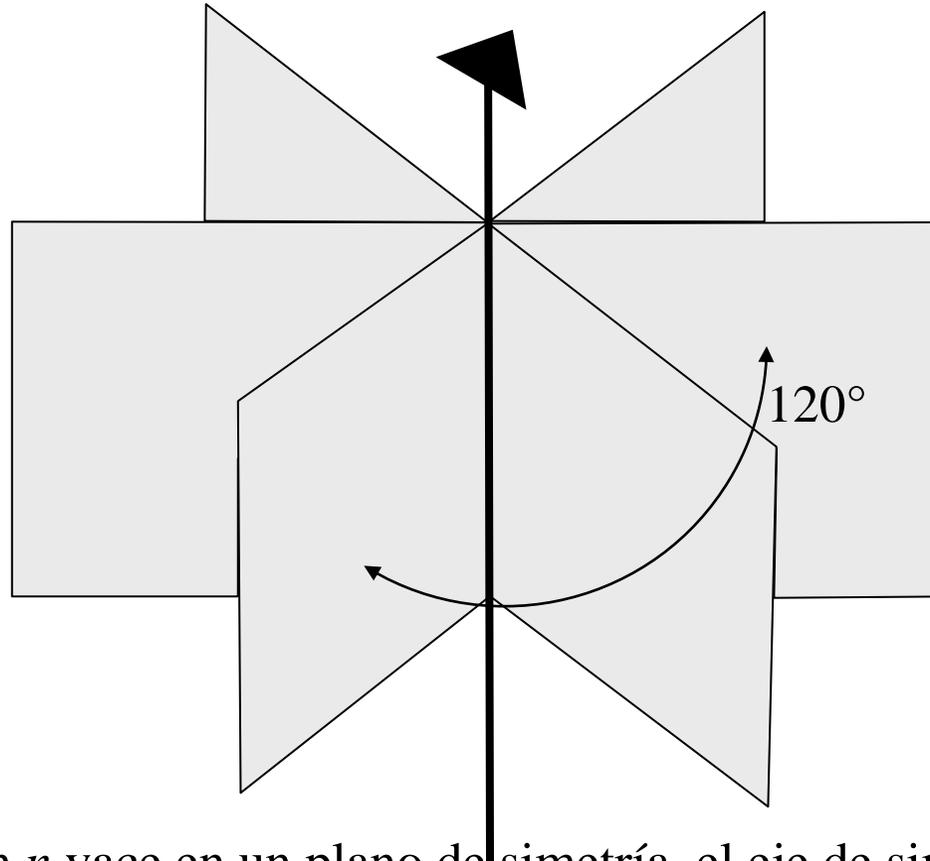
Segunda regla de coexistencia de elementos de simetría



Si ortogonalmente a un eje de orden par n yace un eje binario, siempre existirán n ejes binarios ortogonales al eje de orden n

Coexistencia de elementos de simetría

Tercera regla de coexistencia de elementos de simetría



Si un eje de orden n yace en un plano de simetría, el eje de simetría se genera por la intersección de n planos de simetría que forman entre ellos un ángulo de $360/n$ grados. A la inversa, si un eje de orden n yace en un plano de simetría, siempre existirán n planos de simetría que contienen al eje de orden n

Coexistencia de elementos de simetría

Los elementos de simetría se aplican a:

- Caras
- Aristas
- Vértices
- Otros elementos de simetría

Por tanto, la aplicación de un elemento de simetría a otro elemento de simetría, puede generar varias copias del segundo elemento: esa es la **coexistencia de los elementos de simetría**.

Operaciones de simetría

- Traslación
- Rotación o giro
- Reflexión en un plano
- Inversión
- Traslación-reflexión
- Rotación-reflexión
- Rotación-inversión
- Rotación helicoidal

Operaciones de simetría

Rotación e inversión: El elemento de simetría que la define es un ***eje de rotoinversión (eje de rotación impropia)***

Se denomina por un signo negativo sobre el orden del eje

Ejemplo $\bar{3}$ $\bar{4}$ $\bar{6}$ y por las letras **Ai**

Son efecto de operaciones compuestas por

ROTACIÓN + INVERSIÓN = Coincidencia de la figura

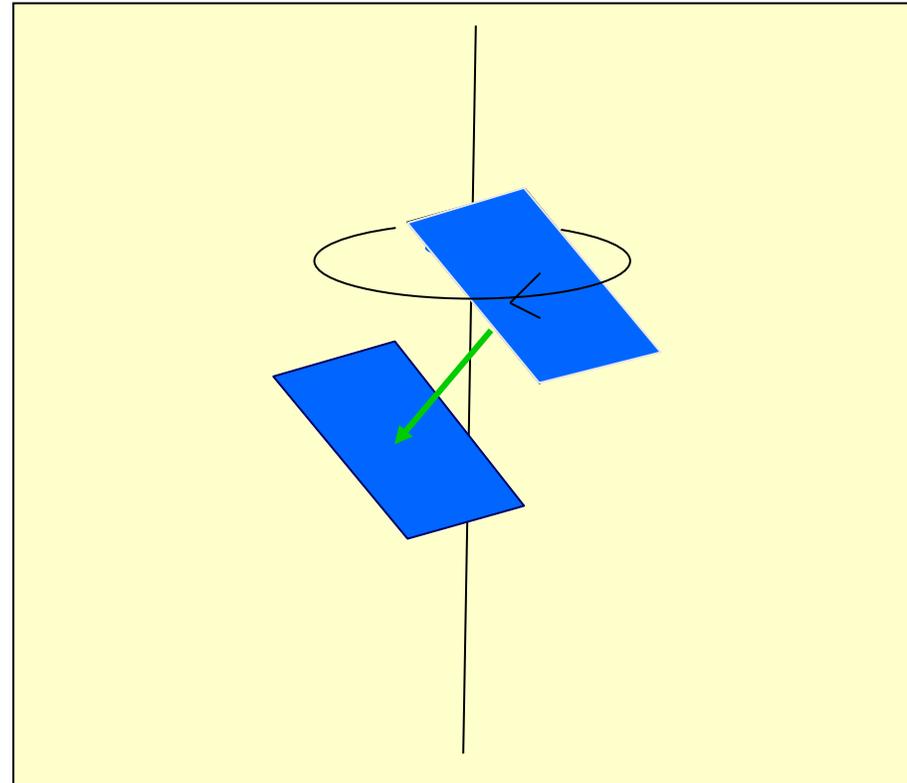
Eje de rotoinversión (eje impropio)

Eje de rotoinversión monario

1. Se rota el motivo 360° y coincide consigo mismo.
2. Se invierte

El efecto es el mismo que el que haría un centro de inversión.

Luego NO es un nuevo elemento de simetría



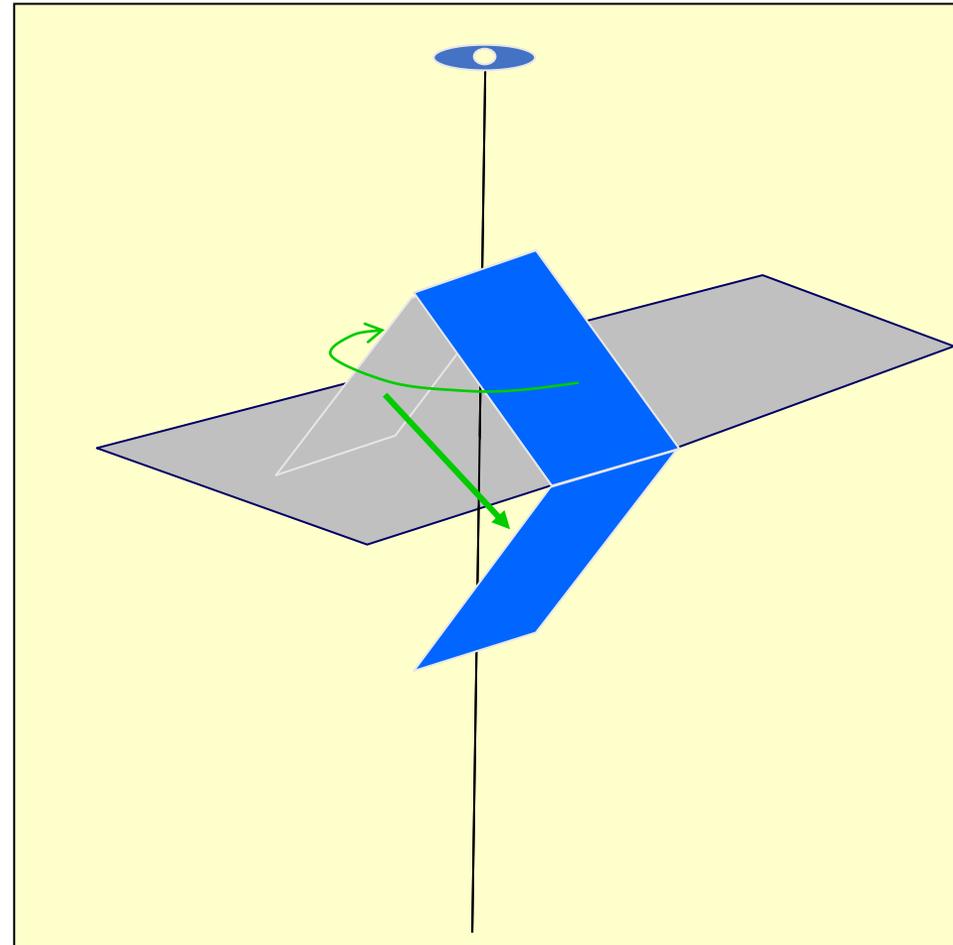
Eje de rotoinversión (eje impropio)

Eje de rotoinversión binario

1. Se rota el motivo 180° .
2. Se invierte

El efecto es el mismo que el que haría un plano de reflexión.

Luego NO es un nuevo elemento de simetría



Eje de rotoinversión (eje impropio)

ELEMENTOS DE SIMETRIA 3-D: EJE DE INVERSION (DE ROTOINVERSION O IMPROPIO)

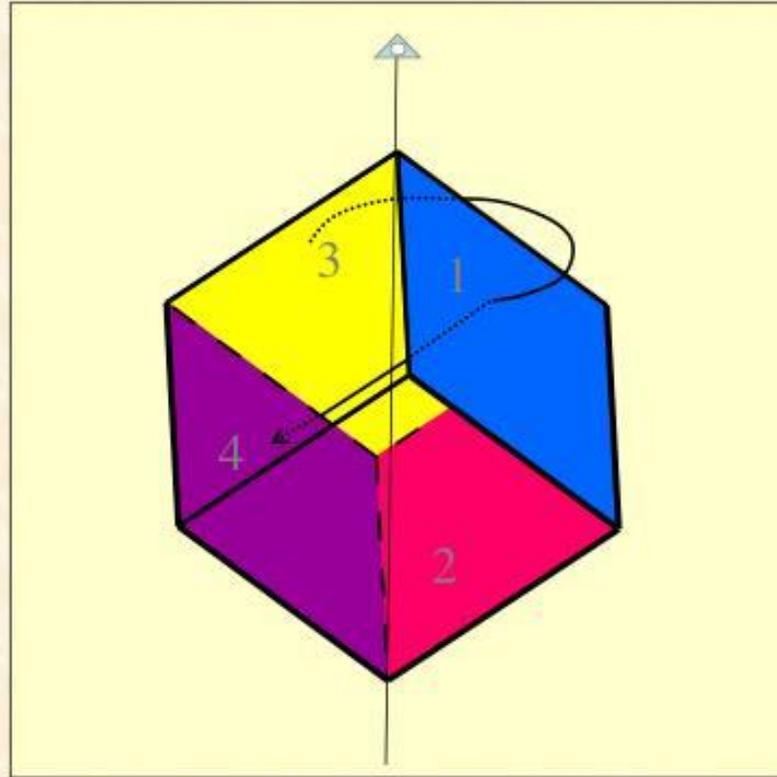
(Consiste en la operación de giro seguida de una inversión)

Eje de rotoinversión ternario

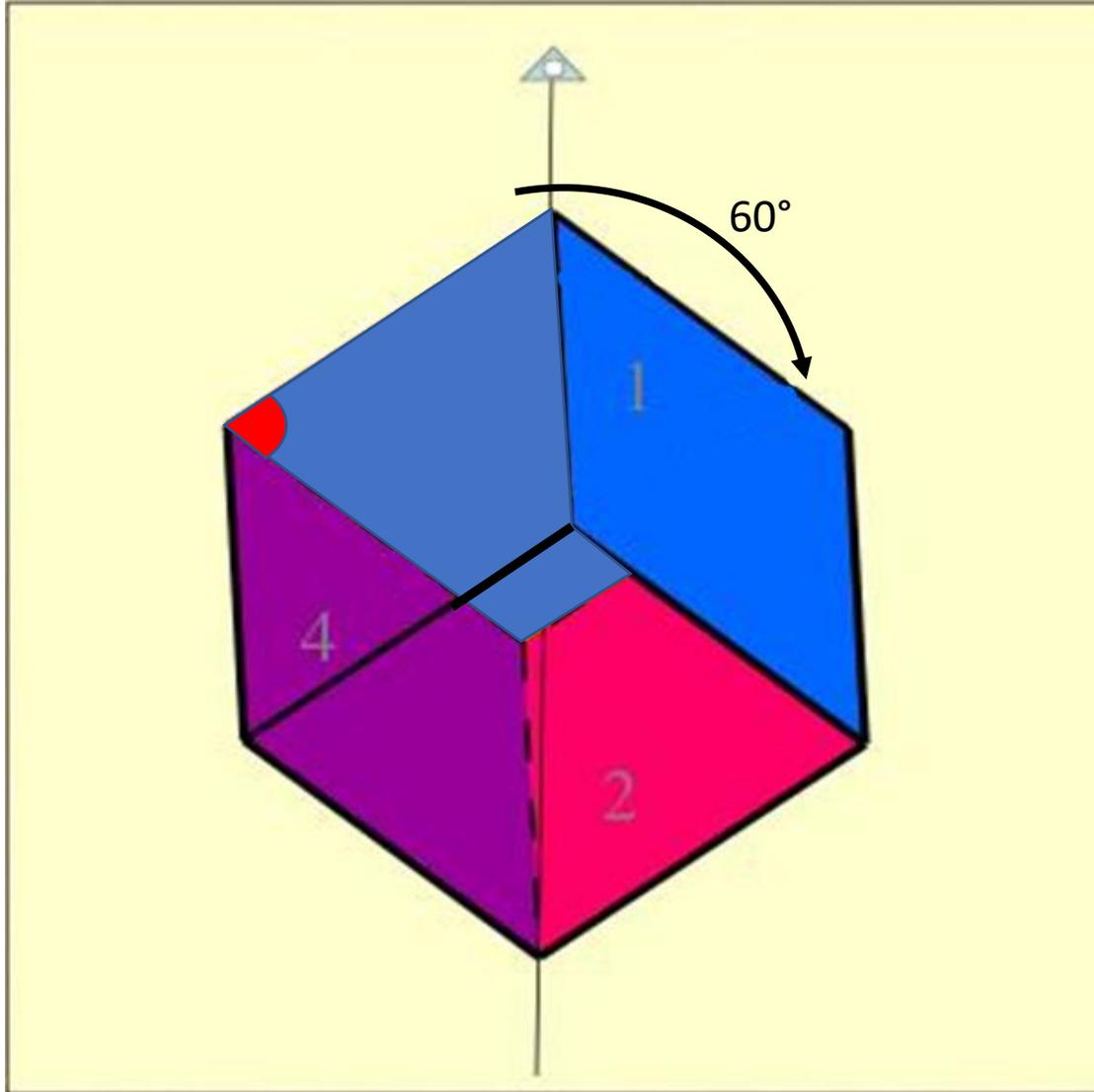
Simbolo $\bar{3}$ 

La tercera fase crea la cara 4

$3 \rightarrow (1) \rightarrow 4$

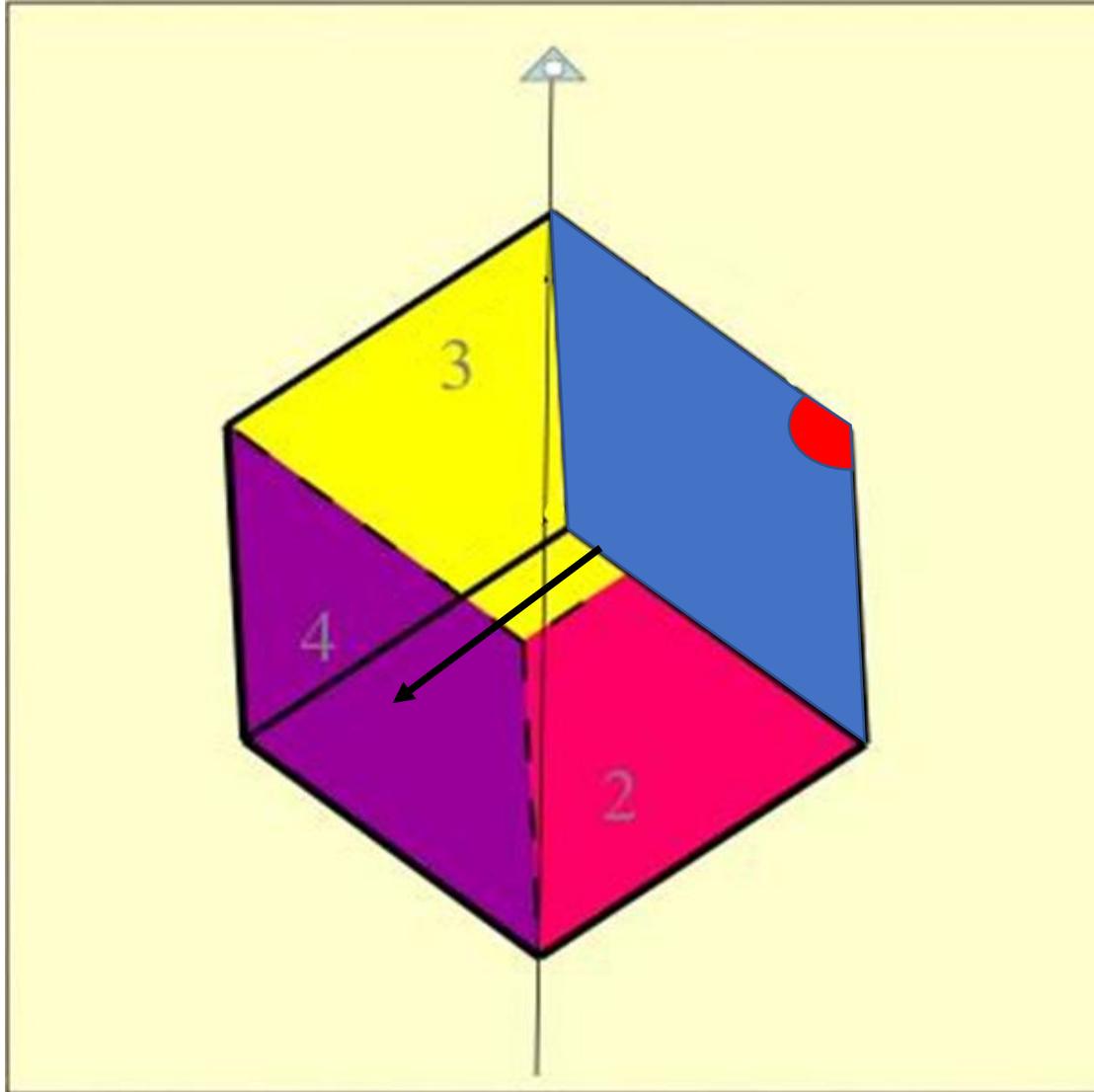


Eje de rotoinversión (eje impropio)



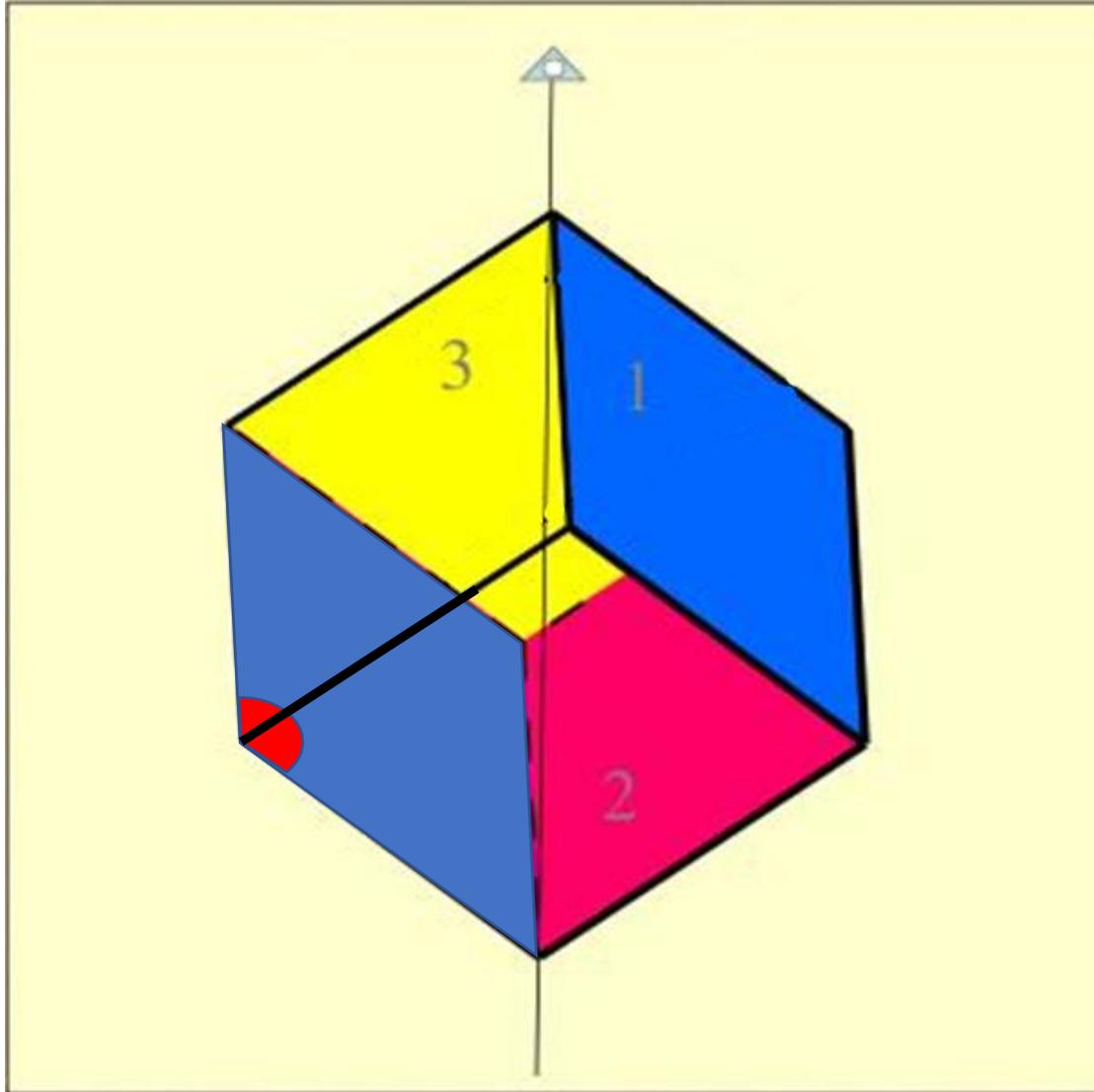
Rotación

Eje de rotoinversión (eje impropio)

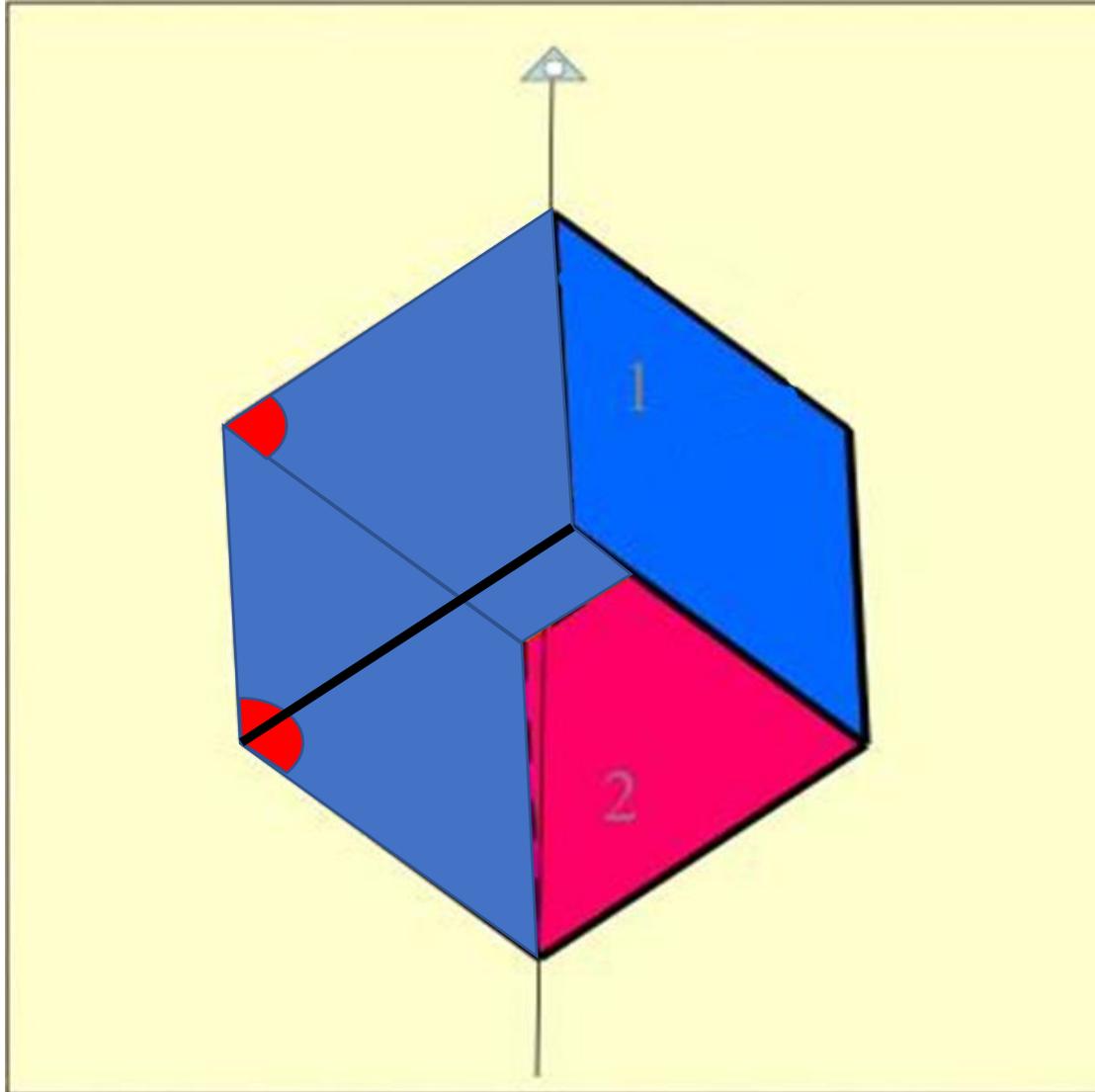


Inversión

Eje de rotoinversión (eje impropio)



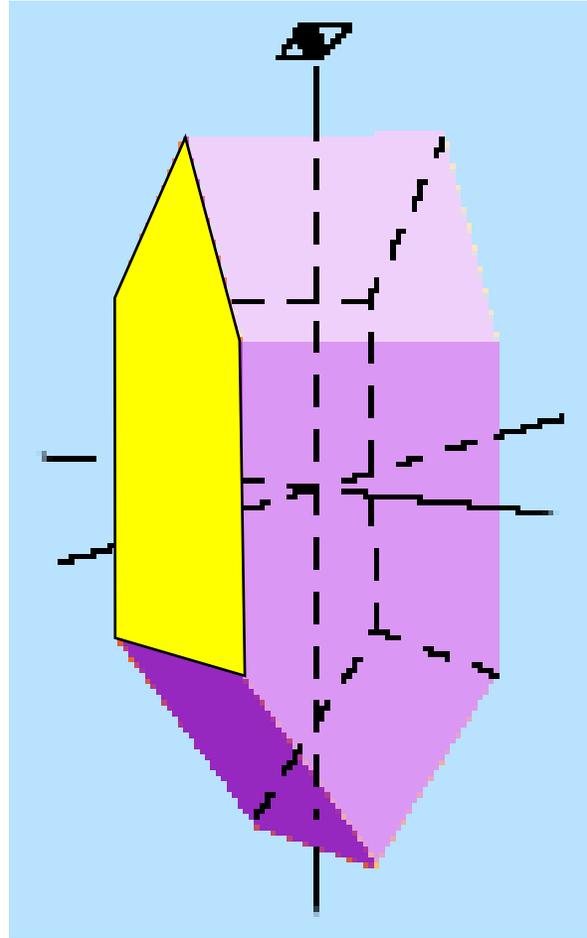
Eje de rotoinversión (eje impropio)



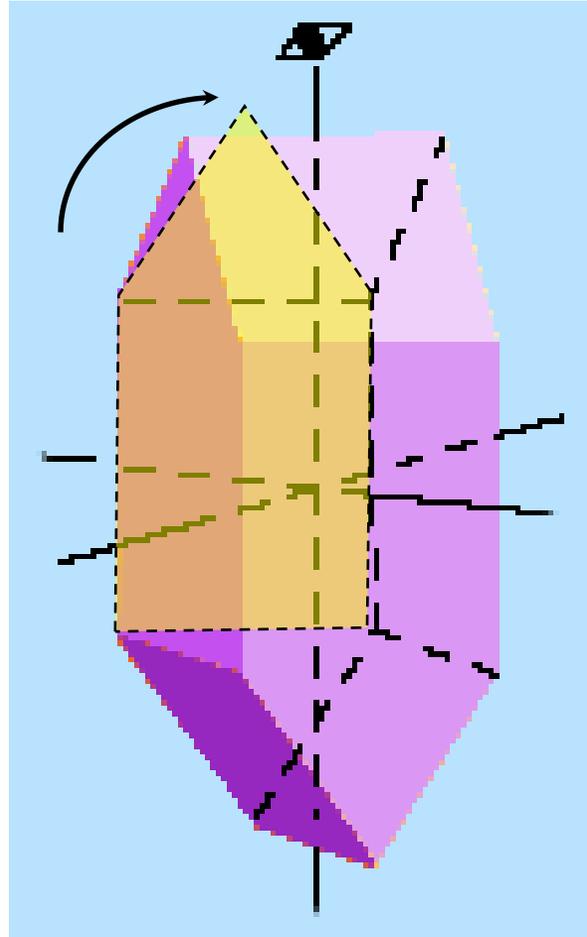
Esta operación no coincide con ninguna otra (reflexión, inversión, etc)

Luego ES un nuevo elemento de simetría

Ejemplo

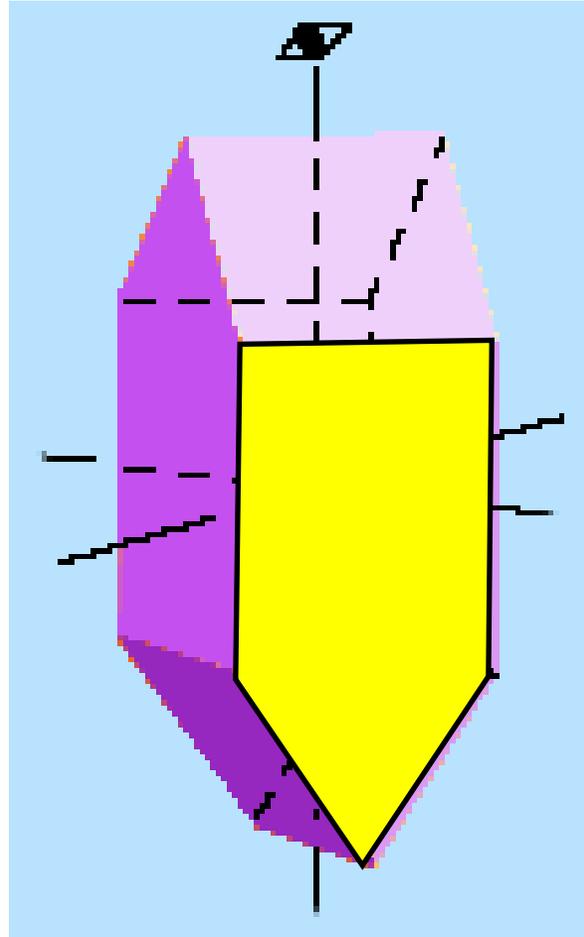


Ejemplo



Rotación de
 90°

Ejemplo



Inversión

Eje de rotoinversión
cuaternario

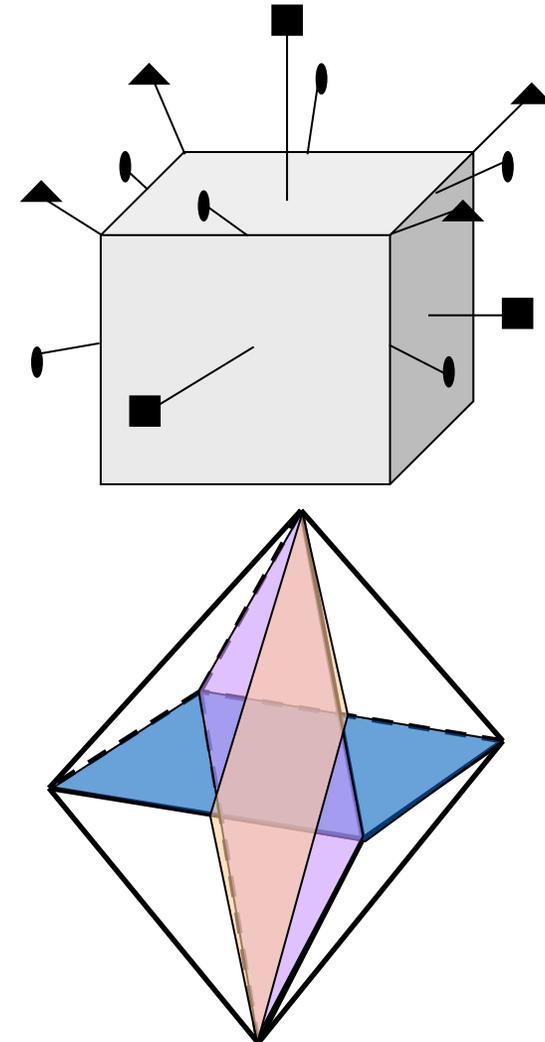
OPERACIONES	OPERACIÓN EQUIVALENTE	SÍMBOLO
eje A_1 + inversión	centro de simetría	$\bar{1}$, (C)
eje A_2 + inversión	plano de simetría ortogonal al eje	$\bar{2} \equiv m$, (P)
eje A_3 + inversión	eje 3 + centro de simetría	$\bar{3} \equiv 3 + \bar{1}$ ($A_{i3}=A_3C$) 
eje A_4 + inversión	eje 4 + centro de simetría	$\bar{4}$ ($A_{i4}=A_4C$) 
eje A_6 + inversión	eje 3 + plano de simetría ortogonal	$\bar{6} \equiv 3/m$  ($A_{i6}=A_3P$)

Por lo que existirían realmente tres ejes de rotoinversión

$$\triangle \bar{3} = A_3 + C \quad \square \bar{4} = A_4 + C \quad \hexagon \bar{6} = A_3 + P$$

¿Dónde están los elementos de simetría en un cristal?

- **Ejes de simetría:**
 - Perpendiculares a las caras, pasando por el centro de las mismas.
 - Perpendiculares a las aristas, pasando por el centro de las mismas.
 - Pasando por los vértices.
- **Planos de simetría:**
 - Perpendiculares a las caras y las aristas, pasando por el centro de las mismas.
 - Conteniendo las aristas.
- **Centro de simetría:**
 - En el centro geométrico del poliedro.



¿Cómo se determinan los elementos de simetría de un cristal?

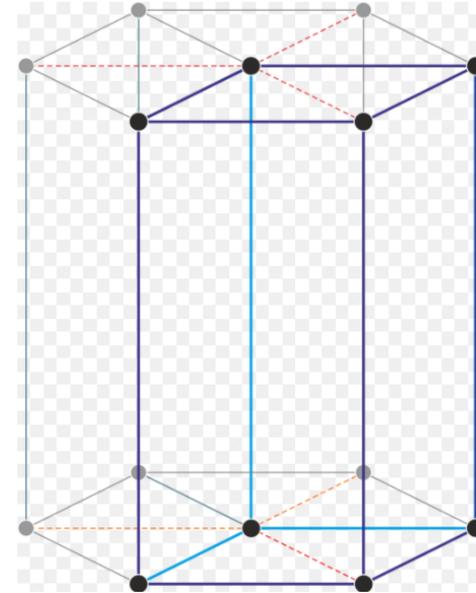
Para los minerales CON direcciones cristalográficas preferentes (alargados o aplastados en una dirección):

1. Eje de simetría principal (según la cara alargada).
2. Ejes de simetría secundarios (entre conjuntos de caras opuestas y de aristas opuestas)
3. Planos (verticales, horizontales y diagonales).
4. Centro (si a cada cara le corresponde una paralela).

En estos cristales, puede haber cero, uno o más de un eje secundario.



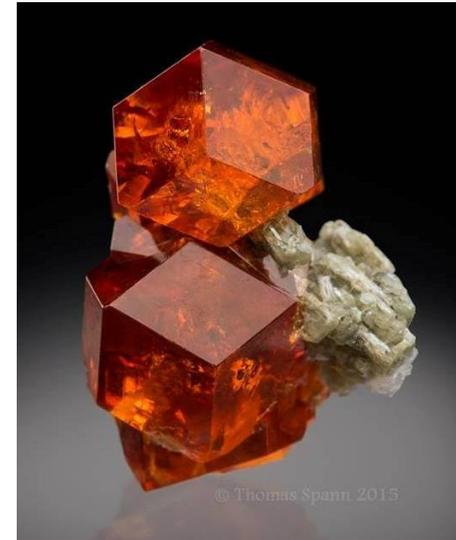
Turmalina
var. elbaíta



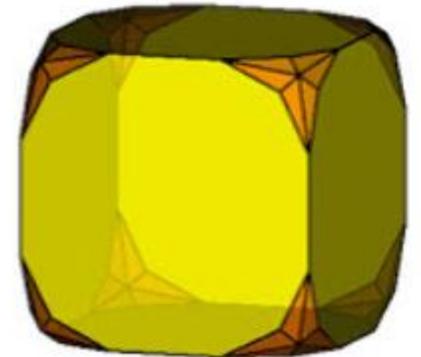
¿Cómo se determinan los elementos de simetría de un cristal?

Para los minerales SIN direcciones cristalográficas preferentes (ni alargados ni aplastados en una dirección):

1. Ejes de simetría (entre conjuntos de caras opuestas y de aristas opuestas)
2. Planos (verticales, horizontales y diagonales).
3. Centro (si a cada cara le corresponde una paralela).



Granate



Notación

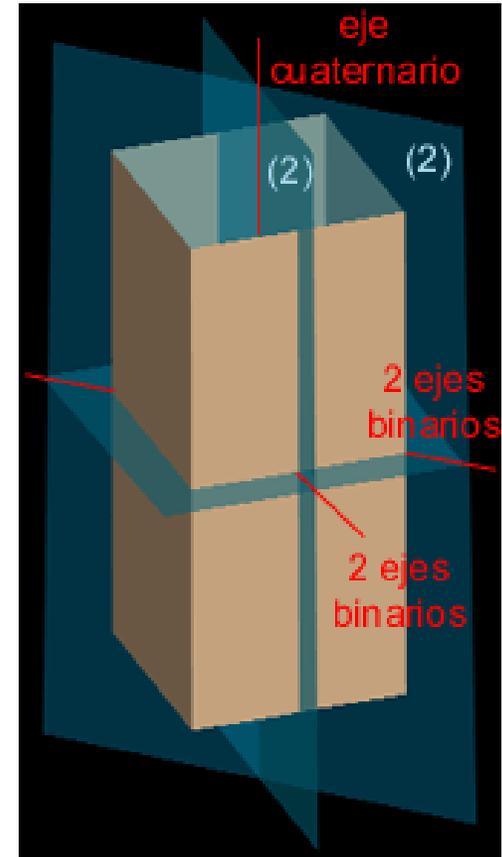
Es la terminología en la que se informa de todos los elementos de simetría de un cristal.

Ejemplo: A_44A_25PC .

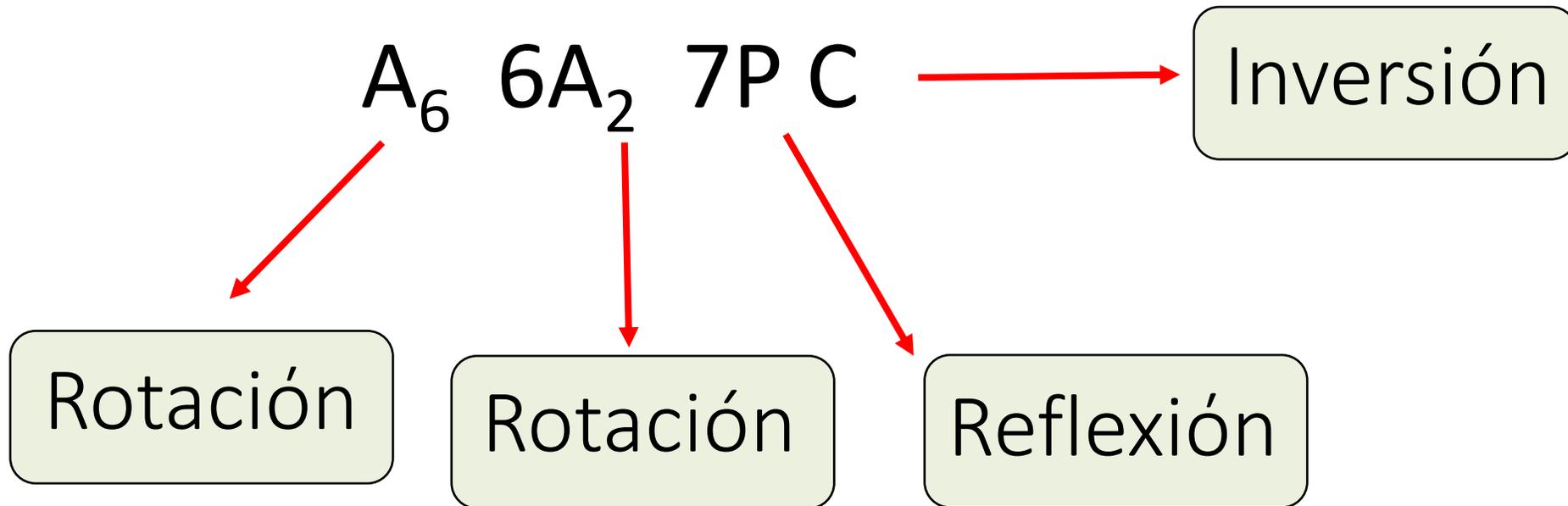
- A_4 : un eje cuaternario.
- $4A_2$: cuatro ejes binarios
- $5P$: cinco planos de reflexión.
- C : centro de simetría.

(Notación de A. V. Gadolin).

(Orden en los ejes: de mayor a menor orden)



¿A través de qué operaciones se han generado los siguientes elementos de simetría?



Notación

Orden en la notación de los elementos de simetría:

- Primero los ejes.
 - De mayor a menor orden: 6, 4, 3, 2.
 - Primero se determina si hay un eje de un orden determinado, y luego cuántos ejes de ese orden hay, antes de pasar al siguiente eje de menor orden.
- Luego los planos.
- Finalmente, el centro.

Ejemplo: A_44A_25PC .

Categorías de simetría en los cristales

Categoría	Sistema cristalino	Característica principal	Distinción
Inferior	Triclínico	Clases de simetría baja. <i>Solo ejes A_2. No hay ejes de orden superior</i>	Centro de simetría o nada
	Monoclínico		Un eje A_2
	Rómbico		Tres ejes A_2
Mediana	Trigonal	<i>Un eje de orden superior (A_3, A_4 y A_6)</i> Y ejes A_2	Un eje A_3
	Tetragonal		Un eje A_4
	Hexagonal		Un eje A_6
Superior	Cúbico	<i>2 ejes de orden superior (A_3, A_4)</i> Y ejes A_2	Cuatro ejes A_3

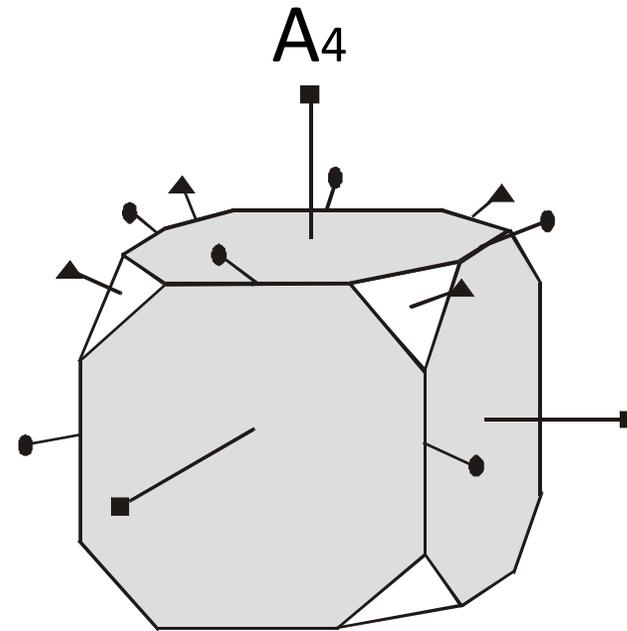
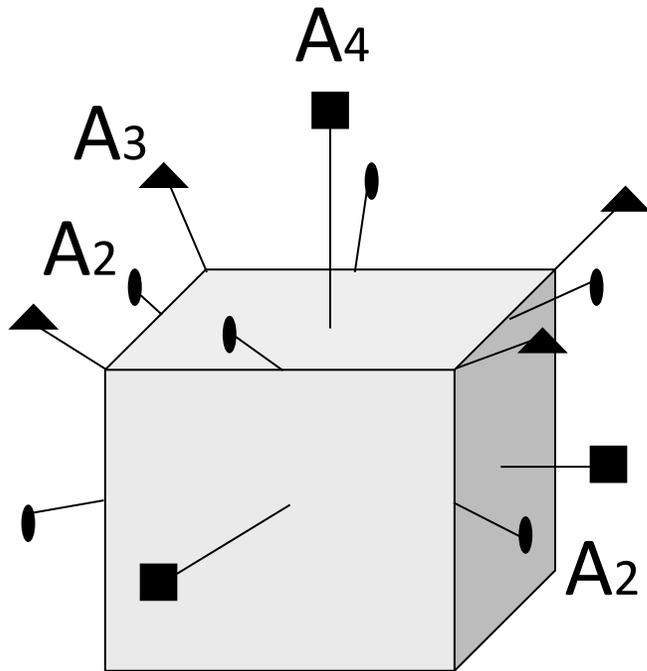
Clase de simetría

Todos los cristales cuya forma exterior tenga una simetría del mismo tipo.

Es decir, puede haber cristales con una forma exterior diferente pero que tienen los mismos elementos de simetría: todos forman parte de la misma clase de simetría.

Clases de simetría

Es el conjunto de poliedros que comparten un mismo grupo de elementos de simetría y por tanto tienen la misma notación (tienen el mismo tipo de simetría).



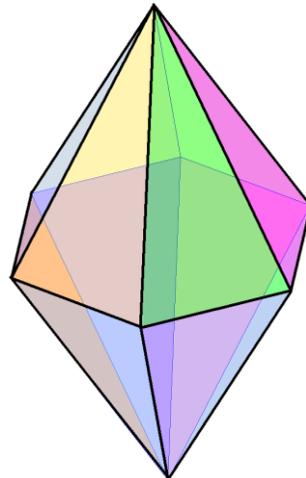
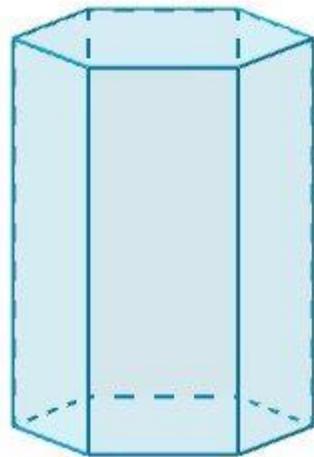
$3A_4 4A_3 6A_2 9PC$

Clase de simetría

Ejemplo

En el tipo de simetría A_66A_27PC existen:

- Prismas hexagonales
 - Bipirámides hexagonales
 - Prisma dihexagonales
- } Clase de simetría



Notaciones de las clases de simetría

1. Notación de Herman-Mauguin: la aceptada internacionalmente, pero compleja de usar.

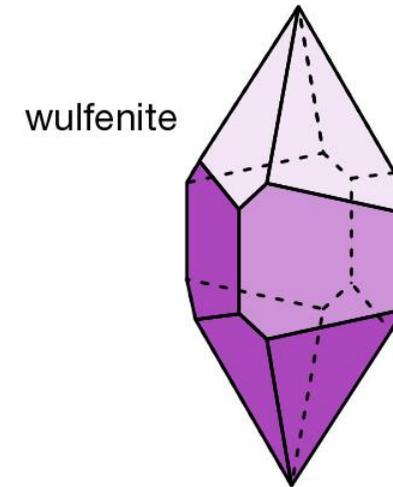
2. Notación de Gdolin: más sencilla, es la que se usará en este curso.

3. Notación de Schoenflies: buena para simetría de moléculas, pero no tanto para cristales.

Notaciones de las clases de simetría

Sea el siguiente cristal. Sólo tiene un eje cuaternario y un plano de simetría perpendicular al eje.

tetragonal crystal



1. Notación de Herman-Mauguin: $4/m$
2. Notación de Gadolin: A_4P
3. Notación de Schoenflies: C_{4h}

Clases de simetría

Dado que los elementos de simetría que un cristal puede tener son limitados, el número de clases de simetría también es limitado.

Hay 32 clases de simetría, agrupados en 7 sistemas cristalinos.

Clases de simetría

Las clases de simetría en los cristales se puede presentar a partir de la combinación de los elementos de simetría:

Cristales del grupo A: Con direcciones preferenciales (alargadas o achatadas)

Cristales del grupo B: Sin direcciones preferenciales
Todas las direcciones en el espacio son iguales.

Clases de simetría (Cristales del grupo A)

Máxima simetría 1



2 combinaciones

Eje simple (¡sin simetría!)	1	A_1
Eje de inversión	$\bar{1}$	C

SISTEMA TRICLÍNICO

En rojo son reportadas las combinaciones según la notación internacional de Hermann-Mauguin
En azul, nomenclatura simple según Gadolin.

Clases de simetría

máxima simetría 2 3 (único eje) + 3 (tres ejes) combinaciones

SISTEMA MONOCLÍNICO

Eje simple

A_2

Eje de inversión
(coincidente con un plano m)

$\bar{2} = P$

Eje simple + plano + centro de inversión (i)
(aplicando también las reglas de coexistencia el. simm.)

A_2PC^-

SISTEMA (ORTO)RÓMBICO

Eje simple y II reg. coexistencia el. sim. ($A_2 + (A_2 \times 2)$)

$3A_2$

Eje simple y III reg. coexistencia el. sim. ($A_2 + (m \times 2)$)

A_22P

Eje simple + centro de inversión y
I reg. coexistencia el. sim. ($3A_2 + i + 3m$)

$3A_23PC$

Clases de simetría

máxima simetría 3

5 combinaciones (único eje)

SISTEMA ROMBOÉDRICO (TRIGONAL)

Eje simple	A_3
Eje + centro de inversión ($A_3 + i$)	A_3C
Eje simple + II reg. coexistencia el. sim. ($A_3 + 3A_2$)	A_33A_2
Eje simple + III reg. coexistencia el. sim. ($A_3 + 3m$)	A_33P
Eje simple + I reg. coexistencia el. sim. ($A_3 + i + 3A_2 + 3m$)	A_33A_23PC

Clases de simetría

Máxima simetría 4

7 combinaciones (único eje)

SISTEMA TETRAGONAL

Eje simple	A_4
Eje de inversión	$A_{i4}=A_2$
Eje simple + eje inversión (aplicando también las reglas de coexistencia el. simm.)	A_4PC
Eje simple + II reg. de coexistencia el. sim. (cuatro A_2)	A_44A_2
Eje simple + III reg. de coexistencia el. sim. (cuatro x m)	A_44P
Eje de inversión + dos eje 2 y dos ejes $\bar{2}$	$A_{i4}2A_22P=3A_22P$
Eje simple + II y III reg. de coexistencia el. sim. (cuatro x 2/m)	A_44A_25PC

en rojo son reportadas las combinaciones según la notación internacional de Hermann-Mauguin. En azul, nomenclatura simple según Gadolin.

Clases de simetría

Máxima simetría: 6

7 combinaciones

SISTEMA HEXAGONAL

Eje simple A_6	A_6
Eje de inversión	$A_{i6}=A_6P$
Eje simple A_6 + eje de inversión (aplicando también las reglas de coexistencia el. simm.)	A_6PC
Eje simple A_6 + II reg. de coexistencia el. sim. (seis A_2)	A_66A_2
Eje simple A_6 + III reg. de coexistencia el. sim. (seis x m)	A_66P
Eje de inversión + tres ejes A_2 + tres ejes A_2	$A_{i6}3A_23P= A_33A_24P$
Eje simple A_6 + II y III reg. de coexistencia el. sim. (seis x 2/m) (aplicando también las reglas de coexistencia el. simm.)	A_66PC

Clases de simetría (Cristales del grupo B)

Máxima simetría 4

5 combinaciones

SISTEMA CÚBICO (ISOMÉTRICO)



23	$4A_33A_2$
$2/m\bar{3}$	$4A_33A_23PC$
$\bar{4}32$	$4A_33A_46A_2$
$43m$	$3A_44A_36P$
$4/m\bar{3}2/m$	$3A_44A_36A_29PC$

Máxima simetría. Cristales de mayor complejidad y gran número de caras

32 clases de simetría en los cristales

Grupo	Clases de simetría
GRUPO A (cristales con direcciones singulares)	27 clases de simetría (sólo un eje de orden superior A_n Donde $n=3, 4, 6$)
GRUPO B (cristales sin direcciones singulares)	5 clases de simetría (más de un eje de orden superior A_n Donde $n=3,4$)

Las 32 clases de simetría se agrupan en 7 sistemas cristalinos

Sistema cristalino	Máxima simetría	Número de clases	
Triclínico	1	2	Con dirección preferente
Monoclínico	2	3	
Rómbico	2	3	
Romboédrico	3	5	
Hexagonal	6	7	
Tetragonal	4	7	
Cúbico	4	5	Sin dirección preferente

Tabla de las 32 clases de simetría

Sistema cristalino	Clase	Formula cristalográfica Gadolin	Formula cristalográfica Hermann Mauguin
Triclínico	Primitiva	Sin simetría	1
	Central	C	1
Monoclínico	Axial	A_2	2
	Planal	P	m
	Planaxial	A_2PC	2/m
Rómbico	Axial	$3A_2$	222
	Planal	A_22P	mm2
	Planaxial	$3A_23PC$	2/m 2/m 2/m
Trigonal	Primitiva	A_3	3
	Central	$A_3C=Li3$	3
	Axial	A_33A_2	32
	Planal	A_33P	3m
	Planaxial	A_33A_23PC	3 2/m

Tabla de las 32 clases de simetría (cont)

Sistema cristalino	Clase	Formula cristalográfica Gadolin	Formula cristalográfica Hermann Mauguin
Tetragonal	Primitiva	A_4	4
	Giroidal primitiva	$Li_4=A_2$	4
	Central	A_4PC	4/m
	Axial	A_44A_2	422
	Planal	A_44P	4mm
	Giroidal planal	$L_{i4}2L_22P=3A_22P$	42m
	Planaxial	A_44A_25PC	4/m 2/m 2/m
Hexagonal	Primitiva	A_6	6
	Giroidal prim.	$Li_6=A_3P$	6
	Central	A_6PC	6/m

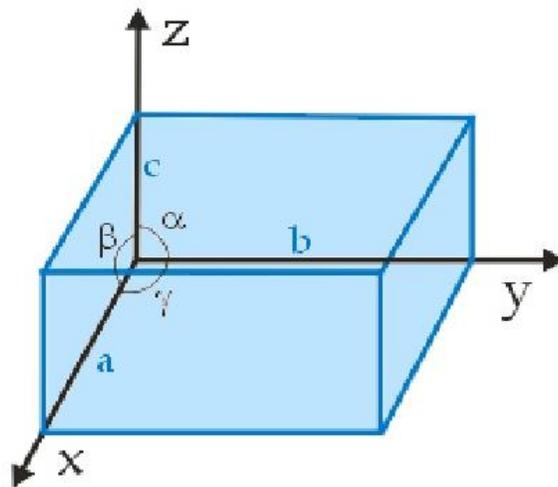
32 clases de simetría (cont)

Sistema cristalino	Clase	Formula cristalográfica Gadolin	Formula cristalográfica Hermann Mauguin
Hexagonal	Axial	A_66A_2	622
	Plana	A_66P	6mm
	Giroidal planal	$L_{i6}3L_23P=A_33A_24P$	6m2
	Planaxial	A_66A_27PC	6/m 2/m 2/m
Cúbico	Primitiva	$4A_33A_2$	23
	Central	$4A_33A_23PC$	2/m 3
	Axial	$4A_33A_46A_2$	432
	Planal	$4A_33A_{i4}6P$	43m
	Planaxial	$3A_44A_36A_29PC$	4/m 3 2/m

Sinaxia: relación entre los valores de la celda unidad.

Singonia: relación entre los ángulos que hay entre los valores de la celda unidad.

Celda unidad

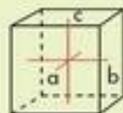


sinaxia

singonia

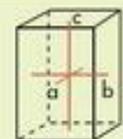
Sistema Cristalino	Ejes	Ángulos entre ejes
Cúbico	$a=b=c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Tetragonal	$a=b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Ortorrómico	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Hexagonal	$a=b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$
Trigonal	$a=b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$
Monoclínico	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ; \beta \neq 90^\circ$
Triclínico	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma$ $\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$

ELEMENTOS QUE CARACTERIZAN A LOS SIETE SISTEMAS CRISTALINOS



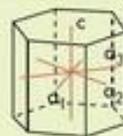
Sistema cristalino cúbico: 3 ejes de igual longitud que se cruzan en ángulo recto.

$$a = b = c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



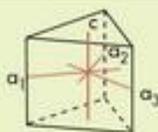
Sistema cristalino tetragonal: 2 ejes de igual longitud y un tercero más largo o más corto. Todos se cortan en ángulo recto.

$$a = b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



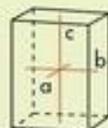
Sistema cristalino hexagonal: 3 ejes de igual longitud, situados en un mismo plano y que se cortan en ángulos de 120° . El cuarto eje es más largo o más corto y es perpendicular a este plano.

$$a_1 = a_2 = a_3 \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$$



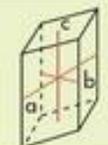
Sistema cristalino trigonal o romboédrico: 3 ejes de igual longitud, situados en un mismo plano y que se cortan en ángulos de 120° . El cuarto eje es más largo o más corto y es perpendicular a este plano.

$$a_1 = a_2 = a_3 \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$$



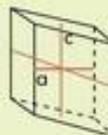
Sistema cristalino rómbico: 3 ejes de distinta longitud que se cortan en ángulo recto.

$$a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



Sistema cristalino monoclinico: 3 ejes de distinta longitud, 2 de ellos se cortan en ángulo recto, el ángulo del tercero con estos dos puede ser cualquiera, pero siempre distinto de 90° .

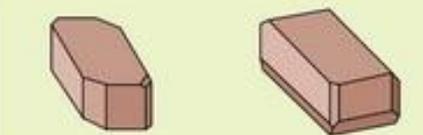
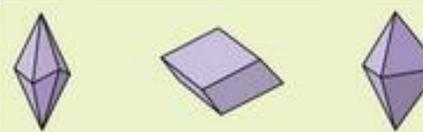
$$a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$$



Sistema cristalino triclinico: 3 ejes de distinta longitud que se cortan en ángulos distintos de 90° .

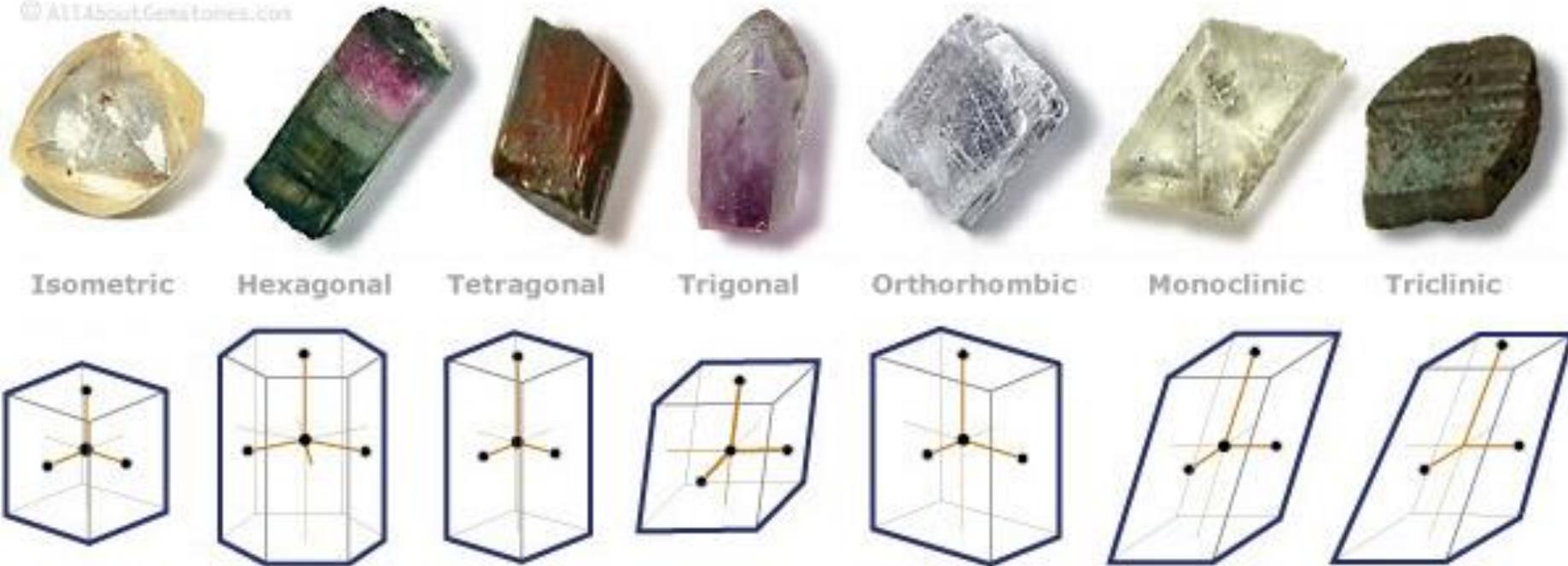
$$a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq 90^\circ, \gamma \neq 90^\circ$$

POLIEDROS PRINCIPALES



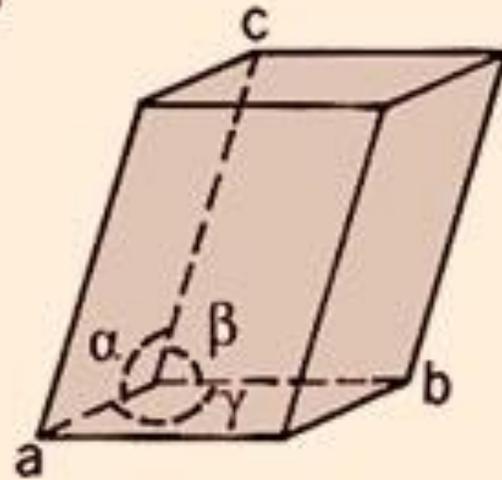
La relación sinaxia/singonia (constantes cristalográficas) definen la forma de los cristales

© AllAboutCrystals.com



Sistema triclínico

Triclínico

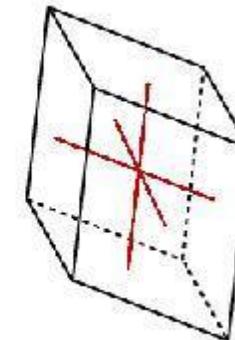


Elementos de simetría comunes

Centro de simetría

Constantes cristalográficas

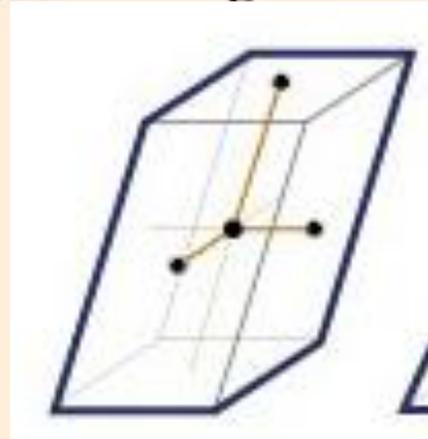
$$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$$
$$a \neq b \neq c$$



Cristal triclínico

Sistema monoclínico

Monoclínico



Elementos de simetría comunes

1 eje binario

Constantes cristalográficas

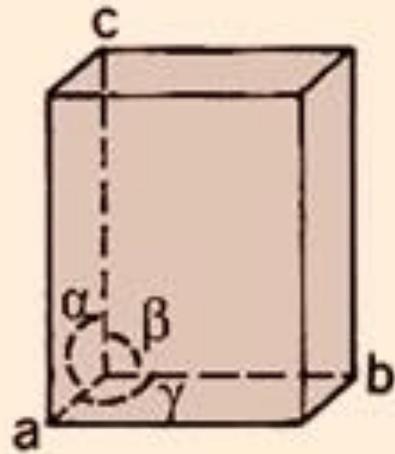
$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
 $a \neq b \neq c$

MONOCLÍNICO –Yeso:
CaSO4·2H2O



Sistema rómbico

Rómbico



Elementos
de simetría
comunes

3 ejes binarios

Constantes
cristalográficas

$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
 $a \neq b \neq c$



Sistema romboédrico

Trigonal

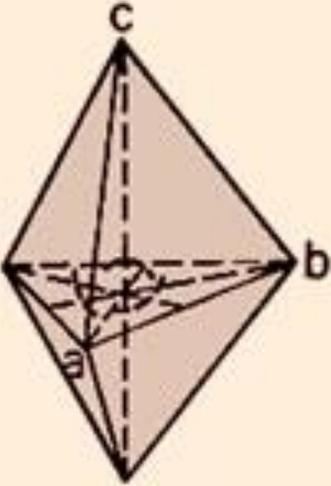


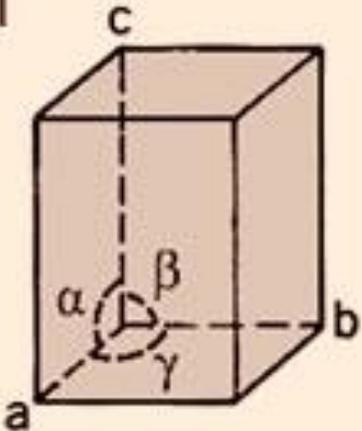
Diagram illustrating the trigonal crystal system, showing a rhombohedron with axes labeled a , b , and c .

Elementos de simetría comunes	1 eje ternario
Constantes cristalográficas	$\alpha = \beta = 90^\circ \quad \gamma = 120^\circ$ $a = b \neq c$



Sistema tetragonal

Tetragonal



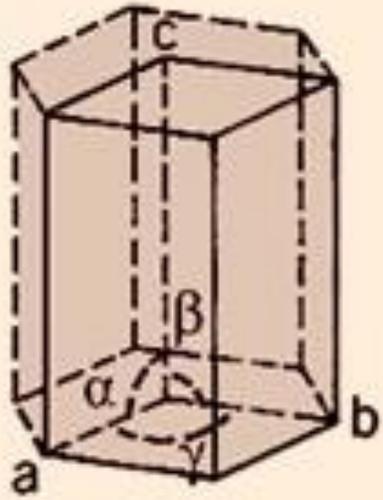
Elementos de simetría comunes	1 eje cuaternario
Constantes cristalográficas	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a = b \neq c$



Cristal tetragonal
 La idocrasa siberiana tiene estructura cristalina tetragonal. Sus ejes son perpendiculares y dos de ellos tienen la misma longitud. Se asocia con rocas como el zircón, el rutilo y la wulfenita, rocas de dureza media que pueden tener fuego adamantino.

Sistema hexagonal

Hexagonal

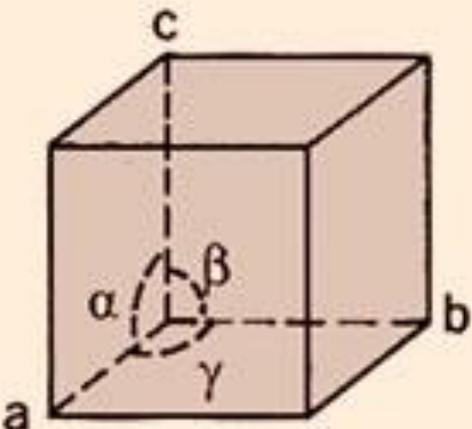


Elementos de simetría comunes	1 eje senario
Constantes cristalográficas	$\alpha = \beta = 90^\circ \quad \gamma = 120^\circ$ $a = b \neq c$

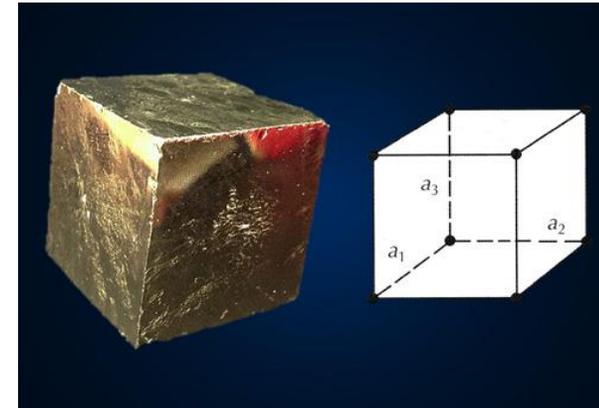


Sistema cúbico

Cúbico



Elementos de simetría comunes	4 ejes ternarios
Constantes cristalográficas	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a = b = c$

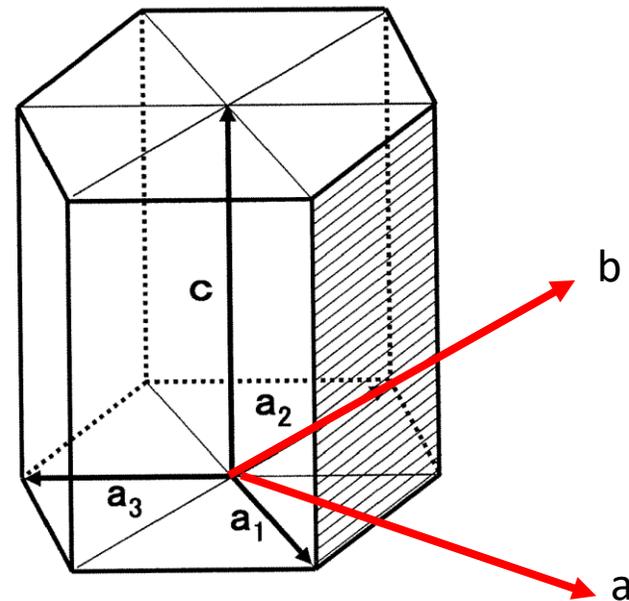
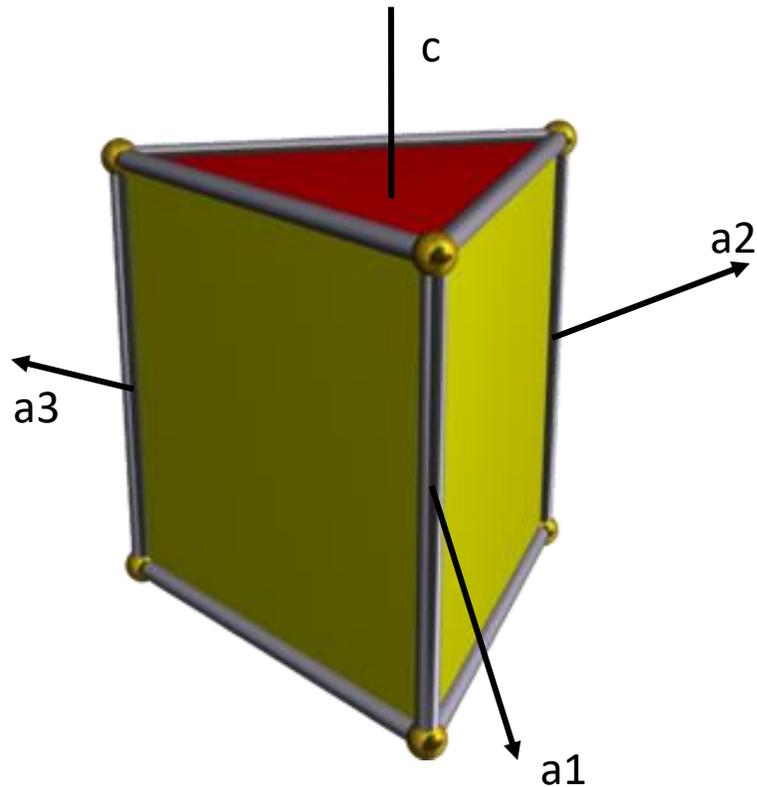


Sistemas romboédrico y hexagonal

La sinaxia de estos dos sistemas puede representarse con cuatro ejes:

- Tres ejes a (a_1 , a_2 y a_3), a 120° entre sí (a_2 paralelo al eje b tradicional).
- Eje c, a 90° de los otros tres.

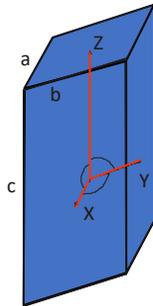
Este sistema se usa para las proyecciones estereográficas.



Orientación de los cristales

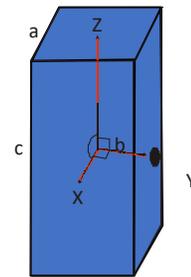
direcciones racionales de un cristal: expresables con tres índices
Ejes de simetría y aristas

$$a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma$$



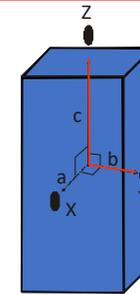
(a) triclinico

$$a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ$$



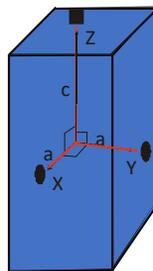
(b) monoclinico

$$a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

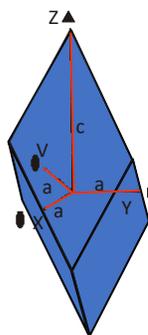


(c) rómbico

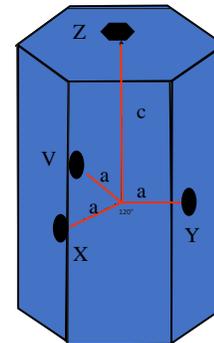
$$a = b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



(d) tetragonal

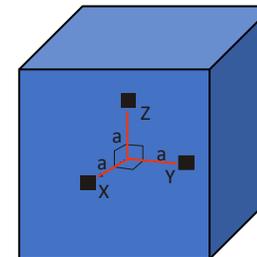


(e) trigonal



(f) hexagonal

$$a = b = c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



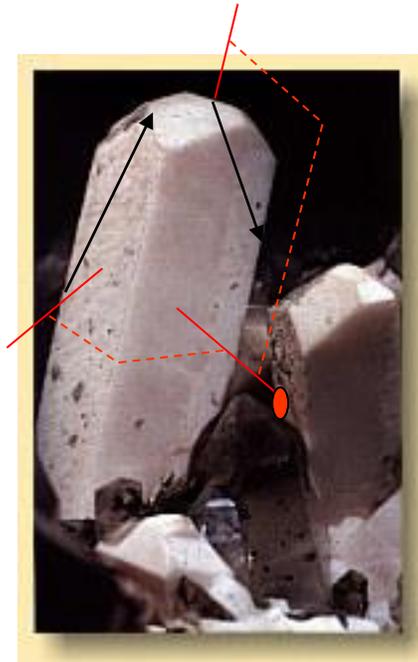
(g) cúbico

$$a = b \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$$

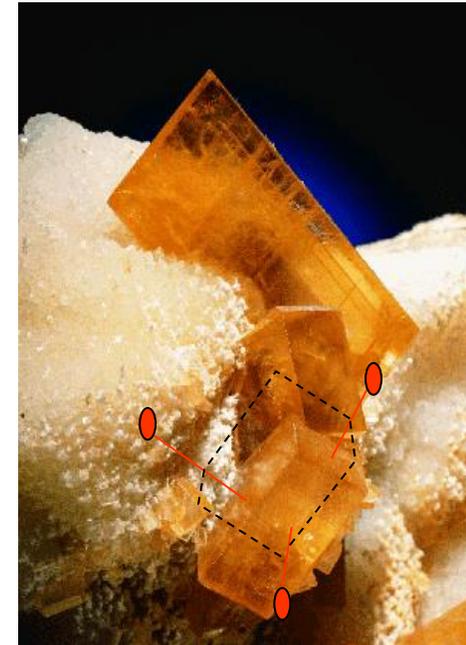
Orientación de los cristales



triclínico:
Cianita AlAlOSiO_4

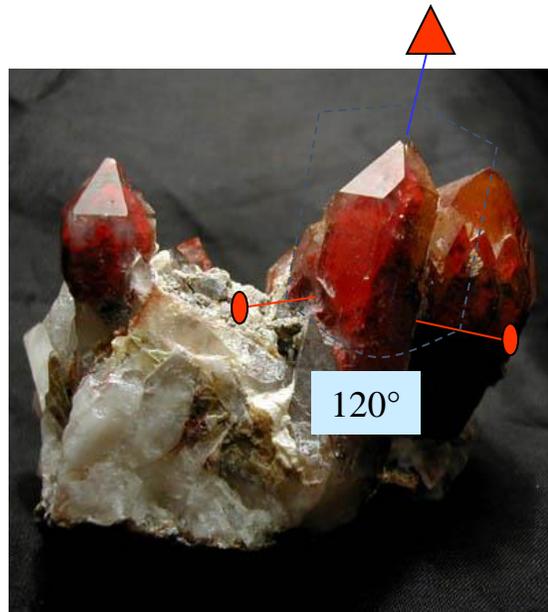


monoclínico:
Ortoclasa KAlSi_3O_8

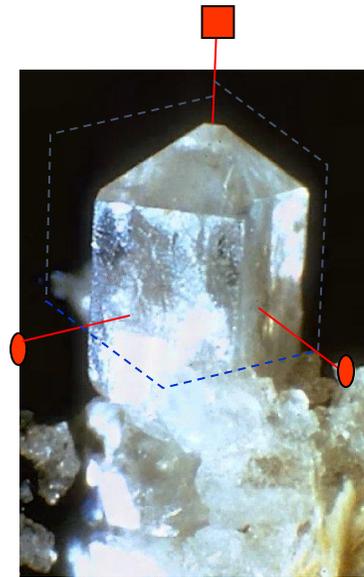


rómbico:
Barita BaSO_4

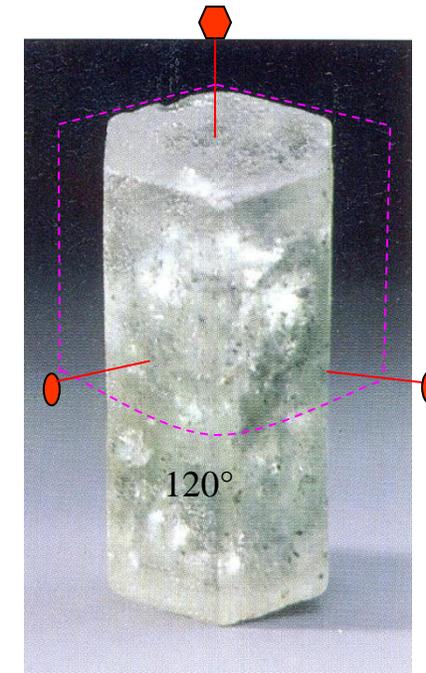
Orientación de los cristales



trigonal:
Cuarzo SiO_2

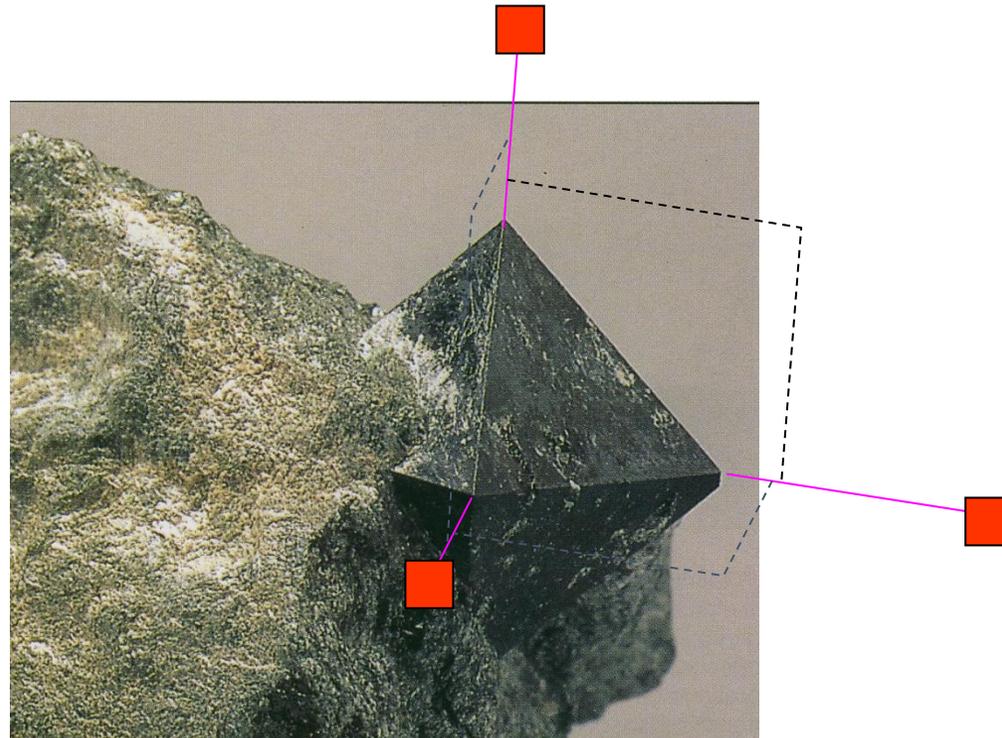


tetragonal:
Zircón ZrSiO_4



hexagonal:
Berilo $\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{18}$

Orientación de los cristales



cúbico:
Magnetita $\text{Fe}^{3+}_2\text{Fe}^{2+}\text{O}_4$

Resumen

Sistema cristalino	Sinaxia	Singonia	Elementos de simetría
Triclínico	$a \neq b \neq c$	$\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$	Centro o nada
Monoclínico	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ; \beta \neq 90^\circ$	Un eje binario
Rómbico	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Tres ejes binarios
Romboédrico	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$	Un eje ternario
Hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$	Un eje senario
Tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Un eje cuaternario
Cúbico	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Cuatro ejes ternarios